

ГЛАВА ТРЕТА

МЕТОДИКА И МАТЕМАТИЧЕН МОДЕЛ ЗА АНАЛИТИЧНО И ЧИСЛЕНО МОДЕЛИРАНЕ НА ПРОЦЕСА ЗА ОБРАБОТВАНЕ НА ЦИЛИНДРИЧНИ ЗЪБНИ КОЛЕЛА С ПРАВИ ЗЪБИ

3.1. Моделиране на процеса на образуване на грешки при зъбофрезване и зъбодълбане

Прогнозирането на точността на обработване при проектиране на технологични системи и технологични процеси може да се извърши чрез моделиране на процеса на формо- и размерообразуване на обработваната повърхнина. Моделирането е един от най-разпространените начини за изучаване на различни явления и процеси. В научните изследвания и инженерната практика се използват множество различни методи и средства за моделиране. Различават се два вида моделиране – физическо и математично.

Като инструмент за изследването е избрано математичното моделиране, което има по широки възможности. Под математично моделиране се разбира начинът на изследване на различни процеси чрез изучаване на явления, имащи различно физично съдържание, но описани с еднакви математични зависимости.

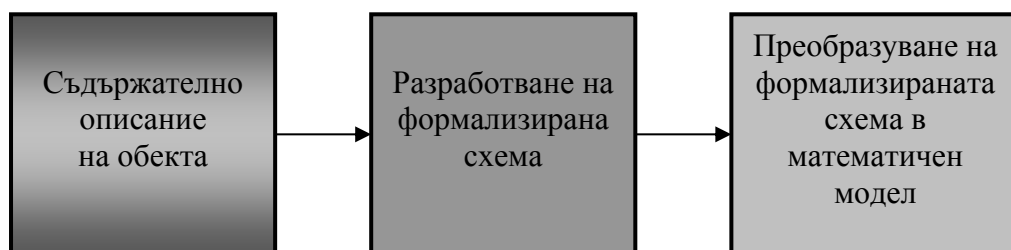
Моделирането на процеса на формообразуване на сложни профилни повърхнини е отразено подробно в [11, 72, 76, 132]. Възникването на отделни грешки при обработване на зъбни колела също е добре изучен процес [14, 50, 109, 122].

Разработени са обобщени модели на процеса на размеро- и формообразуване при обработване на отделни повърхнини [28, 29, 30, 33]. Зъбните колела обаче се състоят от множество взаимно свързани профилни повърхнини. В литературата няма описани математични модели на процеса на образуване на грешките при обработване на цилиндрични зъбни колела с прави зъби.

На основата на методика може да се разработи математичен модел на образуване на грешки при зъбофрезване и зъбодълбане. Съществен момент при изучаване на какъвто и да е процес на математично моделиране е обстоятелството, че предварително трябва да се

построи неговото математично описание, т.е. неговият математичен модел. Математичният модел на реална система е абстрактно формално описание на системата (обекта), изучаването на която е възможно с математични методи. Сложността и многообразието на процесите на функциониране на реалните системи не позволява да се разработват абсолютно адекватни математични модели. Математичният модел, описващ формализирания процес на функциониране на системата, е в състояние да отрази само основните, характерни закономерности, без да обхваща несъществените второстепенни фактори.

Тъй като технологичните системи за зъбофрезване и зъбодълбаче са сложни системи, при разработване на математичния модел на процеса е необходимо да се премине през три етапа, показани на фиг. 3.1.



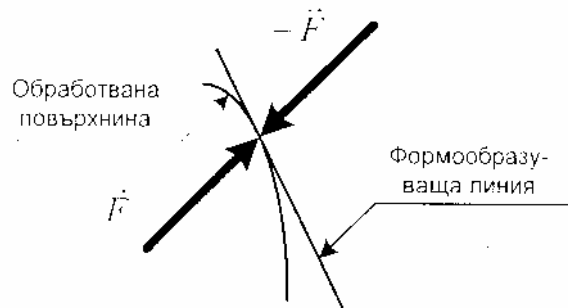
Фиг. 3.1. Последователност на разработване на математичен модел на сложна система

3.1.1. Съдържателно описание на обекта на моделиране

Всяко изделие се създава за да задоволява определени потребности на обществото. Тясната връзка между тези потребности и конструкцията на изделието намира израз във формулирането на неговото служебно предназначение. Разработването на математичен модел на всеки реален обект се предшества от изучаване на неговата структура и съставлящи го явления. В резултат на това се появява така нареченото съдържателно описание на обекта, което е първи опит за ясно излагане на закономерностите, характерни за изследвания обект и да се формулира практическата задача. Съдържателното описание на обекта се използва като изходен материал за по-нататъшна работа- построяване на формализирана схема и математичен модел [36, 107].

Зъбофрезите и зъбодълбачни машини (ЗОМ) са предназначени за формо- и размерообразуване на сложни профилни повърхнини върху детайл тип вал, втулка и диск. За тази цел технологичните бази на обработвания детайл и режещите ръбове на инструмента извършват сложно относително движение, осъществявайки процеса на рязане. Процесът на

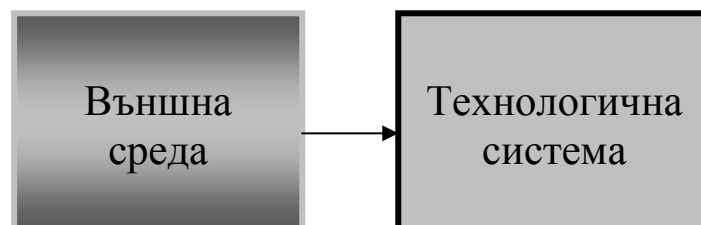
рязане е съпроводен с възникването на сила на рязане, въздействаща върху обработвания детайл, а нейната противодействаща въздейства върху режещия инструмент (фиг.3.2).



Фиг. 3.2. Служебно предназначение

За да изпълнява предназначението си ЗОМ получава от външната среда енергия (електрическа, хидравлична, пневматична) за задвижване и управление E . Освен това ЗОМ извършва обмен на топлинна енергия E_T с външната среда: поглъща топлинна енергия от външната среда и излъчва топлинна енергия, възникнала в резултат на нейната работа.

Следователно при изпълнение на своето служебно предназначение, ЗОМ взаимодейства с външната среда (фиг.3.3).



Фиг. 3.3. Взаимодействие на ЗОМ с външната среда

3.1.2. Формализирана схема на обекта на моделиране

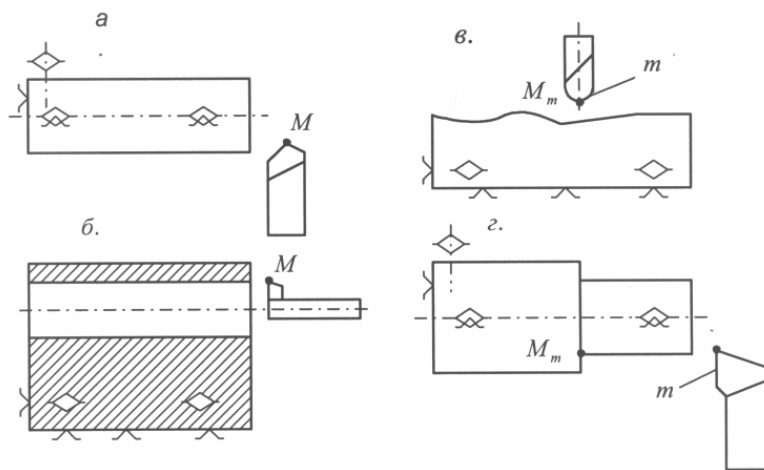
Тя се явява междинно звено между съдържателното описание и математичния модел. Тя се разработва не във всички случаи, а само тогава, когато поради сложността на изследвания процес или някои негови елементи, непосредственият преход между съдържателното описание и математичния модел е невъзможен или нецелесъобразен.

При обработване на детайлите върху металорежещи машини (ММ) формата и размерите обработваните повърхнини се получават в резултат на относителното движение на технологичните бази на обработвания детайл и изпълнителните повърхнини на режещия

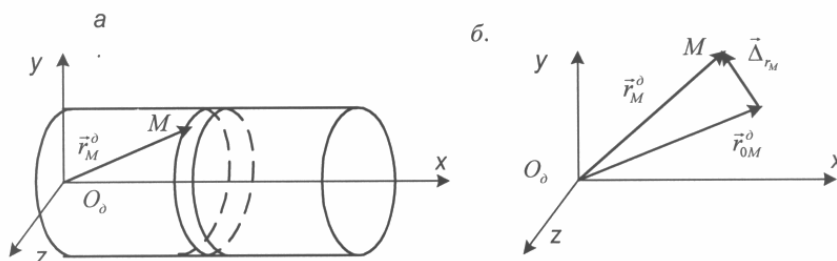
инструмент. Предварително обработваният детайл е установен в приспособление, а режещият инструмент е настроен на необходимия размер за статично настройване. Размерът, който се получава в резултат на обработването е затварящо звено на размерната верига на ТС. В процеса на обработване в резултат на действието на динамични фактори (силови и топлинни деформации, износване на режещия инструмент и т.н.) възникват допълнителни премествания на технологичните бази на обработвания детайл и изпълнителните повърхнини на режещия инструмент.

При обработване чрез рязане изпълнителен (формообразуващ) елемент на режещия инструмент е точка или линия, съдържаща зададена характерна точка или повърхнина. Например при струговане и разстъргване с проходен нож, изпълнителният елемент е върхът на инструмента точка M (фиг. 3.4.а, б). При фрезование с профилна фреза или подрязване с широк нож (фиг.3.4.в, г) изпълнителен елемент е линията m , съдържаща характерна точка M_m . Получената при обработване повърхнина, може да се разглежда като следа, оставена от изпълнителния елемент на режещия инструмент.

При формообразуване с точка повърхнината, получена при обработване, може да се представи като ходограф на радиус-вектора \vec{r}_M^{∂} на върха на режещия инструмент т.М в координатна система O_oxyz , определена от технологичните бази на обработвания детайл.



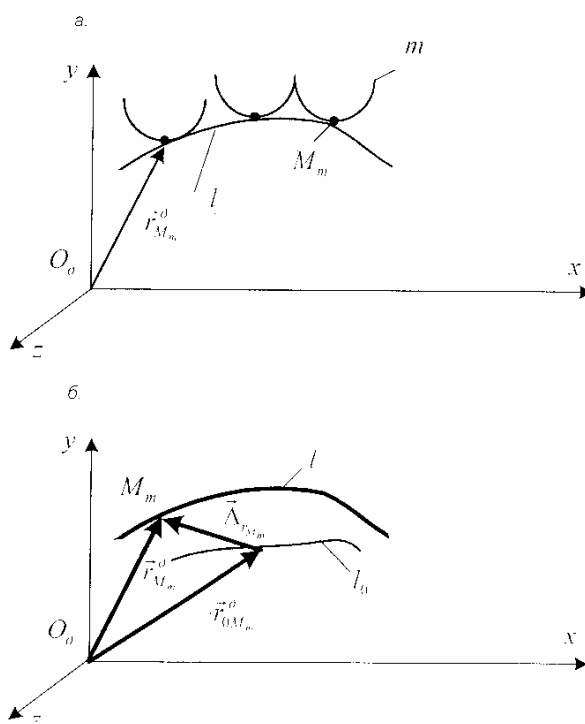
Фиг.1



Фиг.3.4. Схема на ходограф на радиус-вектора \vec{r}_M^{∂} при формообразуване с точка

Възникващите при това грешки на линейните и ъглови размери и на геометричната форма на обработваната повърхнина могат да се представят като отклонение на $\bar{\Delta}_{r_M}$ на ходографа на радиус-вектора \vec{r}_M^o от ходографа на зададения радиус-вектор $\vec{r}_{O_M}^o$ (фиг. 3.4.б).

При нарязване на цилиндрични зъбни колела изпълнителен (формообразуващ) елемент на режещия инструмент е линията m , съдържаща характерна точка M_m . При формообразуване с линия повърхнината получена в резултат на обработването, може да се представи като обвиваща l на множеството линии m , построени във всяка точка на фодографа на радиус-вектора \vec{r}_M^o на характерната точка M_m (фиг.3.5. а). Възникващите при това грешки могат да се представят като отклонение $\bar{\Delta}_{r_{M_m}}$ на обвиващата l от зададената обвиваща l_o (фиг.3.5. б).



Фиг. 3.5. Схема на ходограф на радиус-вектора \vec{r}_M^o при формообразуване с линия

Следователно за моделиране на процеса на образуване на грешки при обработване е необходимо да се изведат уравнения на движение на изпълнителния елемент на режещия инструмент в координатната система, определена от технологичните бази на обработвания детайл. Тези уравнения се извеждат на база на формализирана схема, отразяваща размерните, кинематични и динамични връзки на ТС.

Поради сложността на моделирания обект, се приема формализираната схема да бъде представена във вид на структурен (топологичен) модел – особен вид математичен модел, даващ информация за състава на моделирания обект и за съществуващите в него връзки.

Анализът на размерните вериги, описващи размерните връзки при нарязване на зъбни колела чрез зъбофрезозване и зъбодълбане показва, че всички те имат една съществена особеност - структурата на размерните връзки зависи от четири основни фактора:

- Начин на базиране на обработвания детайл;
- Начин на базиране на режещия инструмент;
- Количеството на формообразуващите движения;
- Кинематичните връзки между обработвания детайл и режещия инструмент, т.е. между формообразуващите движения.

Това позволява при моделиране на процеса на формо- и размерообразуване при нарязване на цилиндрични зъбни колела чрез зъбофрезозване и зъбодълбане да се използват две обобщени схеми на размерни вериги, съответно обобщени топологични модели. Осигуряване на качеството на изделията е свързано преди всичко с осигуряване на качеството на размерните връзки, т.е. с осигуряване на точността на изделията.

Технологичната система при зъбообработване представлява съвкупност от множество детайли ориентирани по определен начин един спрямо друг. Ориентирането на детайлите (възлите) в конструкцията на изделията един относно друг се извършва чрез съответно базиране. Под базиране се разбира придаване на детайла (заготовката, изделието) на необходимото положение спрямо избрана координатна система с помощта на базови повърхнини [65]. Във връзка с това детайлите се оформят като пространствени тела, съставени от основни базови, спомагателни базови, изпълнителни и свободни повърхнини. При базирането детайлът се разглежда като идеално твърдо тяло, а изделието - като система от тела.

Комплектът основни и комплектът спомагателни бази (КОБ и КСБ) определят взаимното разположение на координатните системи, свързани със съответния детайл. При това на базирания детайл се отнемат шест степени на свобода, като се налагат шест ограничения (фиг. 3.6.)

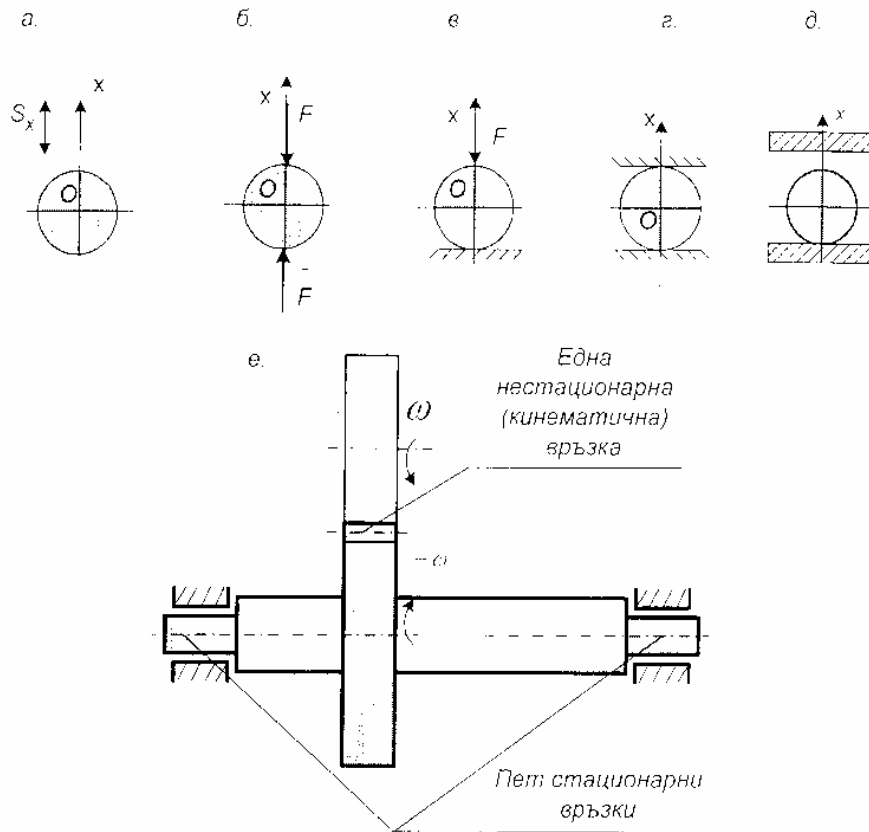
Ограниченията се налагат по три метода:

- Чрез уравновесена система от сили (фиг.3.6. а);

- Чрез едностранна (неудържаща) връзка и сила, такава, че заедно с реакцията в опората образува уравновесена система сили където суматас от всички сили е равна на нула $\sum F_x = 0$ (фиг. 3.6. в);

- Чрез двустранна силова (удържаща) връзка (фиг.3.6. г). Тялото на което се налага ограничението, контактува в две точки с едно или две различни тела, налагащи ограничения [36, 107].

При налагане на ограничения чрез двустранна връзка, ако между базирания и базиращия детайл има хлабина, възниква неопределеност на базирането в границите на тази хлабина (фиг. 3.6. д).



Фиг.3.6. Ограничения при базиране

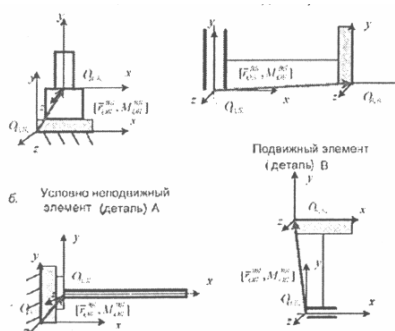
Наложените връзки могат да бъдат стационарни и нестационарни. Във втория случай базовата точка на тялото, налагащо връзката, извършва движение по зададен закон във функция от времето t :

$$\vec{r} = f(\vec{r}_o, t) \quad (3.1)$$

където \vec{r}_o е началната координата на базовата точка; t е времето на движение.

По същия закон се премества и тялото, на което е наложена връзката (фиг.3.12. е).

КОБ и КСБ определят положението на координатните системи, свързани със съответните елементи или детайли, както това е показано на фиг.3.7.

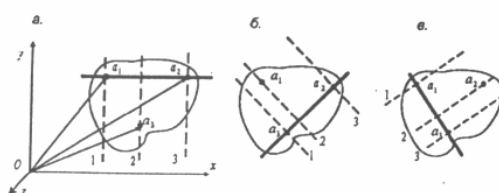


Фиг. 3.7. Построяване на координатни системи, свързани с КОБ и КСБ

Положението на координатната система се определя от комплект бази чрез подбор на шест геометрични точки D_i , така че три от тях определят една координатна плоскост (например yOz), две – втора координатна равнина (например zOx) и една – трета координатна равнина (xOy). Точките винаги се разполагат по правилото (3+2+1).

Базовите точки могат да се разполагат по различен начин в координатните равнини. Съответно уравнението на тези равнини ще бъде различно. За еднозначно решение на поставената задача се приема следното разположение на точките: точки D_1, D_2, D_3 се разполагат в координатна равнина $O_{CB} yz$; точки D_4, D_5 – в координатна равнина $O_{BB} zx$; точка D_6 – в координатна равнина $O_{CB} xy$.

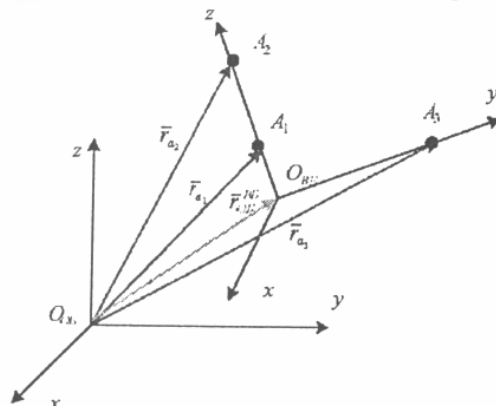
По три точки еднозначно може да се построят различни координатни системи. На фиг.3.8 са показани варианти за построяване на КС по зададени три точки.



Фиг.3.8. Варианти на построяване на координатни системи по три зададени точки

От друга страна базовите точки реално не съществуват. Базовите точки показват, коя база колко ограничения налага и по какъв начин тези ограничения са наложени. Следователно с тези точки не трябва да се записва уравнение на КС, които те определят.

За еднозначно определяне на положението на КС, е необходимо да се използват шест базови точки, но те трябва да имат реални независими координати. Тези две условия могат да се изпълнят едновременно, ако се определят три реални точки A_i , свързани с детайла и разположени по правилото (3+2+1) (фиг.3.9.)



Фиг.3.9. Схема на разположение на точките A_i

Както се вижда от фигура 3.9 точките A_1 , A_2 и A_3 са разположени в равнината Oyz. От друга страна точките A_1 , A_2 са разположени в равнина Ozx, а точка A_3 – в равнина Oxy. В частния случай точка A_1 може да съвпадне с началото на координатната система точка O. Следователно може да се запишат уравненията на координатите на шесте точки D_i за три различни схеми на базиране.

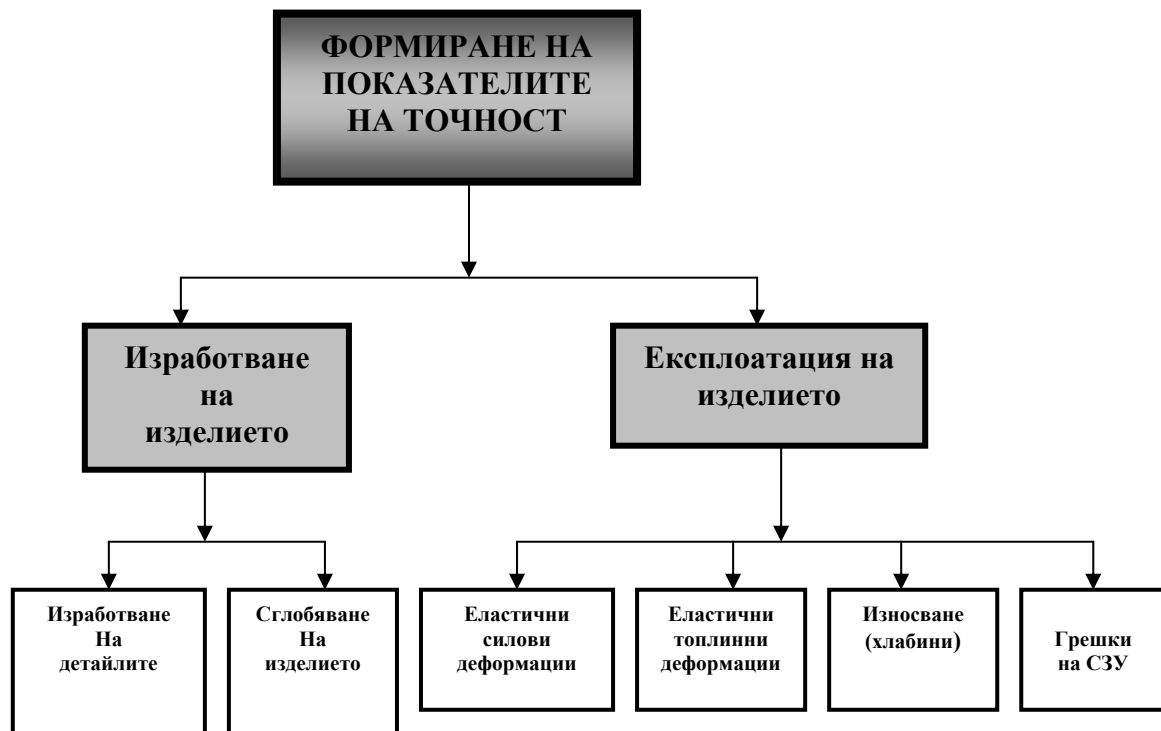
$$\begin{aligned}
 D_1 = D_4 = D_6 &= A_1 \\
 D_2 = D_5 &= A_2 \\
 D_3 &= A_3
 \end{aligned}
 \tag{3.2}$$

При изработване на детайлите възникват грешки на размерите и взаимното разположение на повърхнините. При сглобяване на изделието, част от тези грешки се компенсират, но възникват нови.

Формираните в процеса на изработване на изделието показатели за качество, в частност, показатели на точност, в процеса на експлоатация се изменят в резултат на функционирането на изделието и взаимодействието му с външната среда (фиг.3.10.). В процеса на експлоатация на изделието, в резултат на действието на сили и моменти възникват грешки от еластични деформации на детайлите. Такива грешки възникват и в резултат на топлообразуването и топлообмена. При осъществяване на движенията по зададен закон възникват грешки от системата на задвижване (СЗ). В процеса на експлоатация на изделието, в резултат на износване на повърхнините на детайлите възникват допълнителни грешки на размерите и на взаимното разположение на повърхнините.

За да може да се разработи топологичен модел на ЗОМ е необходимо на основа на теорията на базиране, теорията на размерните вериги и теорията на системите да се създаде модел, отразяващ състава и взаимодействието между елементите на обекта на моделиране. В този модел елементите (детайлите, възлите) на механичната система се представят като

координатни системи, дефинирани от комплект (КОБ, КСБ). В (КС) на крайното звено се задават изпълнителните повърхнини



Фиг. 3.10. Формиране на показателите за точност

. Възникващите в процеса на изработване и експлоатация на изделието номинални стойности и грешки в размерите и взаимното разположение на КОБ и КСБ са сигнали на елементите на модела.

На основата на топологичния модел може да се изгради теоретичен математичен модел, изразяващ връзките между КС на модела в пространството.

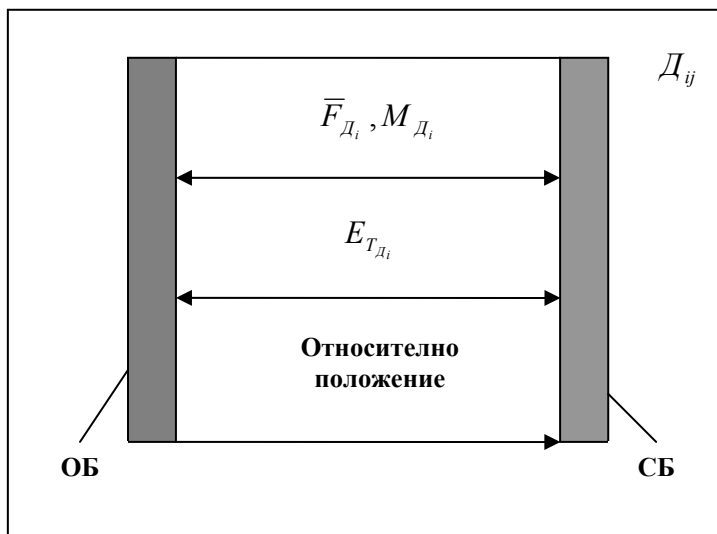
3.1.3. Структура на обекта на моделиране

Металорежащите машини (ММ) се състоят от n детайли (възли), свързани последователно или успоредно един с друг като неподвижни или подвижни съединения.

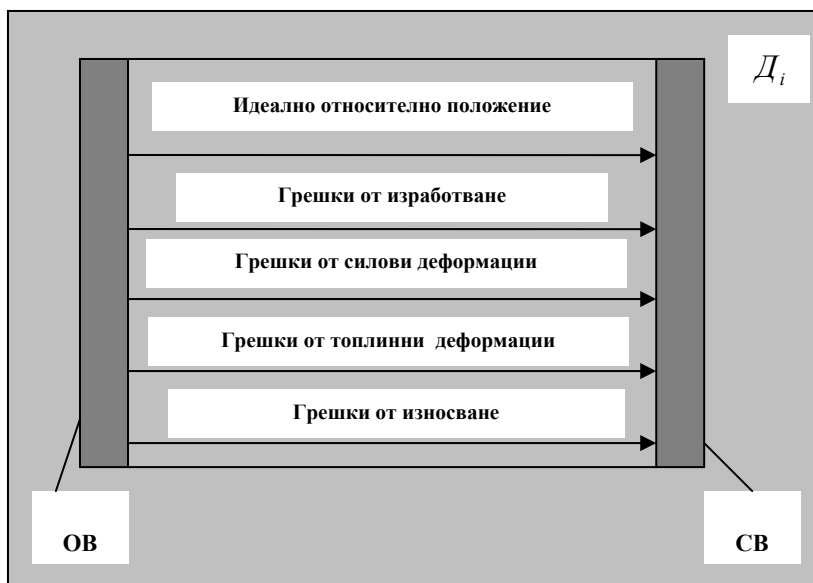
Структурата на всеки детайл може да се представи като съвкупност от комплект (КОБ) и (КСБ) и връзки (сигнали) между тях – геометрични, силови, енергетични (топлинни) (фиг.3.11. а).

При изработване на детайлите възникват грешки в разположението на спомагателните бази на детайла относно неговите основни бази.

Поради това сигналът „Относително положение”, получен в процеса на изработване на детайла, по същество е съвкупност от два сигнала – идеален и грешка от изработване (фиг.3.11.б).



а



б

Фиг. 3.11. Структура на детайл

В резултат на действие на динамични фактори възникват еластични деформации на детайлите в машините:

- Деформации от действието на сили и моменти;
- Топлинни деформации.

При продължителна експлоатация на машините възникват грешки от износване на повърхнините на подвижните контакти

При сглобяване на последователно свързани неподвижни съединения детайлът D_i се присъединява с основните си бази OB , към спомагателните бази CB_{i-1} на предишния детайл D_{i-1} (фиг.3.12. а). При сглобяване на успоредно свързани неподвижни съединения детайлът D_i се присъединява с основните си бази OB към спомагателните бази на няколко (от два до шест) предишния детайла D_{i-1}^j , $j=2\dots k$ (фиг.3.12. б). Почти винаги $j=2$ или $j=3$.

Установяването определя не само положението на всеки детайл D_i в координатната система, определена от основните бази на предишния детайл D_{i-1} (или в координатната система определена от спомагателните бази на детайлите D_{i-1}^j , а и неговото закрепване. Чрез своите основни бази всеки следващ детайл предава сили и моменти към спомагателните бази на предишния (предишните).

Относителното движение в металорежещата машина се реализира от кинематични двойки от пети клас за трансляция или ротация. При сглобяване на детайлите на кинематичните двойки с хлабини с цел осигуряване на относително движение възниква неопределеност на базирането, т.е. допълнителна грешка в разположението на основните бази на подвижния детайл относно спомагателните бази на условно неподвижния такъв (фиг.3.13.).

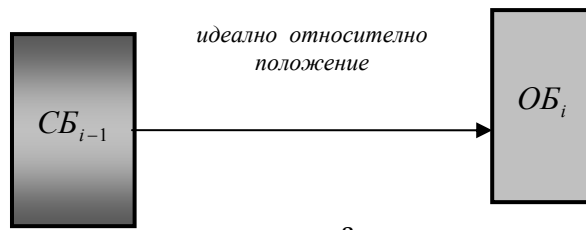
Поради грешките допускани от (СЗ) на машината възникват отклонения от зададения закон на движение, в крайна сметка изразяващи се в отклонение на относителното положение на обработвания детайл и режещия инструмент от програмираното положение.

В резултат на структурирането на ЗОМ се достига до елементи, не подлежащи на понататъшно разделяне и до сигнали, преминаващи по идеални канали. Елементите на системата са КОБ и КСБ на детайлите (елементите), представени чрез базови точки, налагащи шест ограничения, а сигнали – параметрите (размерите), определящи относителното разположение на тези бази.

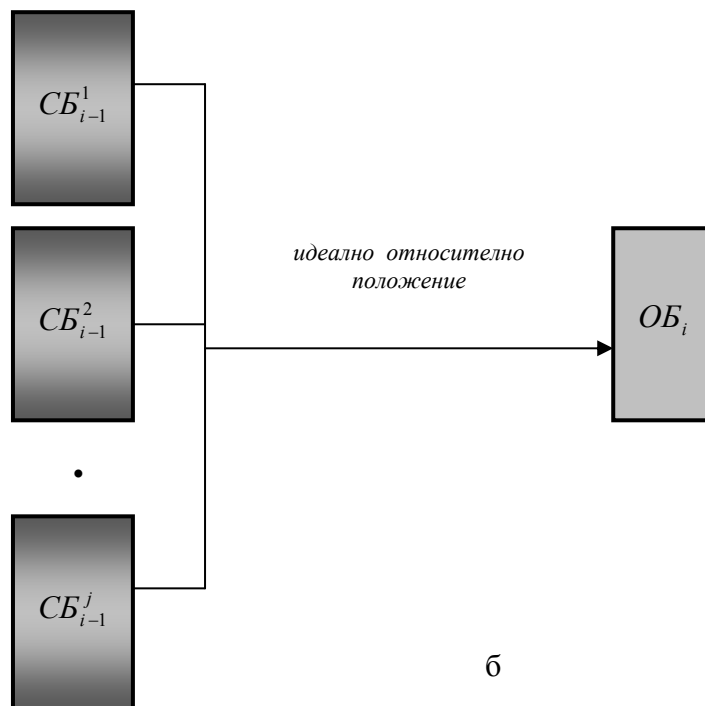
3.2. Топологичен модел на идеална металорежеща машина

КОБ и КСБ дефинират координатни системи свързани със съответния елемент или детайл на машината (фиг.3.14. а).

Относителното положение на КС $O_{BB}xу$ свързана с КСБ на детайла, в КС $O_{OB}xуz$ свързана с КОБ се определя от конструктивния размер на този детайл (фиг.3.14.а)

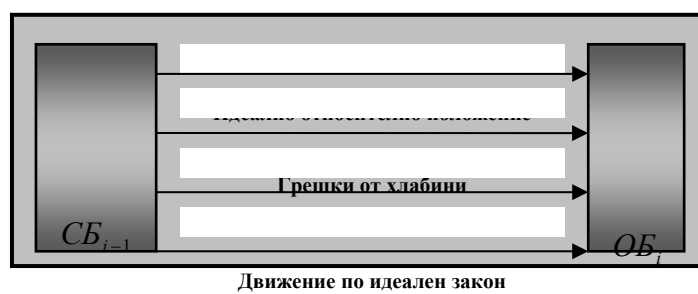


а

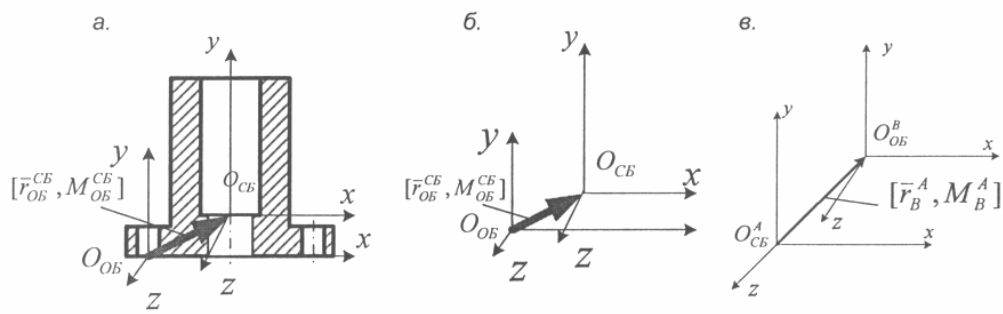


б

Фиг.3.12. Структура на неподвижно съединение



Фиг. 3.13. Структура на връзките в подвижно съединение



Фиг. 3.14. Топологичен модел на идеален детайл

$$\begin{aligned} \vec{r}_{OB}^{CB} &= f(l_i) \\ \vec{M}_{OB}^{CB} &= f(l_i) \end{aligned} \quad (3.3)$$

където l_i е конструктивен размер в детайла.

Следователно, на основата на принципите на теорията на базирането топологичният модел на идеален детайл може да се представи като две (КС), свързани съответно с КОБ и КСБ (фиг.3.14. б). При установяването на детайлите се осъществява съвместване на КОБ на базиращия детайл с КСБ на базиращия детайл т.е. съвместяване на координатната система O_{OB}^Bxyz , построена на КОБ на детайл D_i , с координатната система O_{CB}^Axuz , построена на КСБ на детайл D_{i-1} (фиг.3.15.).

За детайл с идеална геометрична форма:

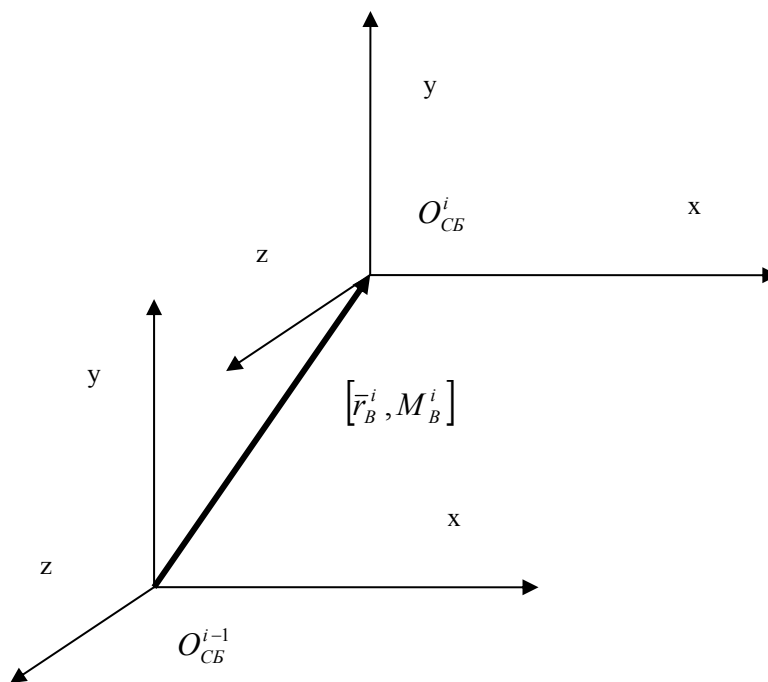
$$\begin{aligned} r_B^i &= 0; \\ M_B^i &= E \end{aligned} \quad (3.4)$$

където E е единичната матрица.

Топологичният модел на идеално подвижно съединение (ИПС), състоящо се от детайли с идеална геометрична форма може да се представи като съвкупност от четири координатни системи, определени от КОБ и КСБ на тези детайли – неподвижният D_{i-1} и подвижният D_i (фиг.3.16.)

Подвижният елемент B извършва ротация или трансляция относно условно неподвижния елемент D_{i-1} . За моделиране на движението на подвижния елемент B (ротация или трансляция) относно условно неподвижния елемент по зададен закон, на КС O_{OB}^i е предоставена възможност да се премества по трите координатни оси x, y, z със скорост v_x, v_y, v_z , съответно, и да се върти около тези оси с ъглова скорост $\omega_x, \omega_y, \omega_z$. По този начин

топологичният модел на подвижното съединение обхваща всички възможни случаи, т.е. е обобщен.



Фиг. 3.15. Съвместване на КС при базиране

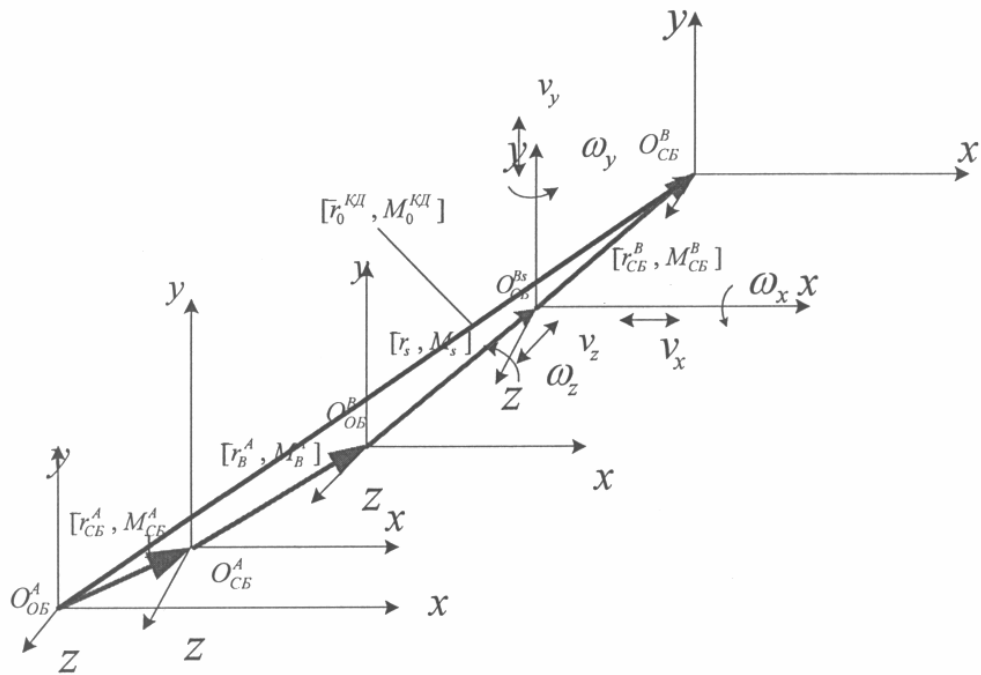
За отчитане на това движение е въведено още едно положение O_{OB}^{ts} на КС, свързана с КОБ на детайла D_i , определяно от радиус-вектора r_s и матрицата M_s .

След отчитане на движението по зададен закон радиус-векторът $\vec{r}_o^{ИПС}$ и матрицата $M_o^{ИПС}$ се определят от уравненията:

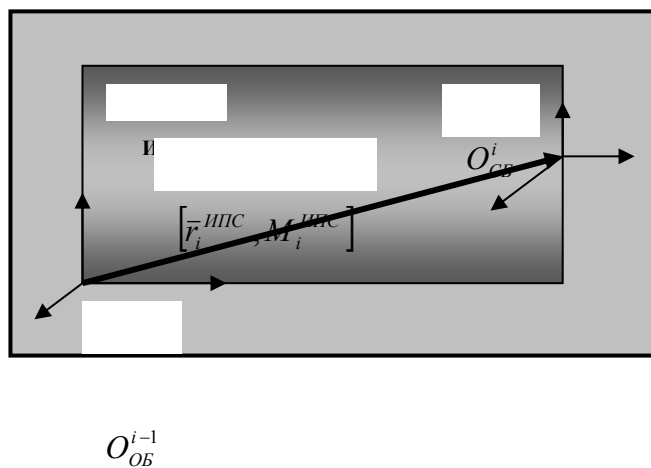
$$\vec{r}_o^{ИПС} = \vec{r}_{CB}^{i-1} + \vec{r}_i^{i-1} \cdot M_{CB}^{i-1} + \vec{r}_s \cdot M_{CB}^{i-1} \cdot M_i^{i-1} + \vec{r}_{CB}^i \cdot M_{CB}^{i-1} \cdot M_i^{i-1} \cdot M_s \quad (3.5)$$

$$M_o^{ИПС} = M_{CB}^{i-1} \cdot M_i^{i-1} \cdot M_s \cdot M_{CB}^i \quad (3.6)$$

Така дефинираният топологичен модел на подвижното съединение отразява връзките между номиналните стойности на параметрите на условно неподвижния и подвижния елементи (детайли), без да отчита гршките на тези параметри. За удобство моделът на ИПС ще се изобразява със схемата показана на фиг.3.17., където $\vec{r}_i^{i-1} = 0$; $M_i^{i-1} = E$.



Фиг.3.16. Топологичен модел на идеално подвижно съединение



Фиг. 3.17. Схема на модел на ИПС

Размерните, кинематичните и динамичните връзки, възникващи в (ТС) при обработване се представят чрез структурен топологичен модел. Той се състои от

координатни системи, свързани с основните бази на детайлите на ТС, участващи със своите размери в съответните размерни вериги. При разработване на модела, връзките между координатните системи се определят от радиус-векторите на трансляция, матрицата на ротация, относителните линейни и ъглови движения, еластичните връзки и действащите сили и моменти.

В различните типове металорежещи машини (ММ) съществуват различни геометрични и кинематични връзки между обработвания детайл и изпълнителните повърхнини на режещия инструмент. Поради това при разработване на топологичния модел на всяка технологична система трябва да се отчита:

- схемата на установяване на обработвания детайл;
- схемата на установяване на режещия инструмент;
- броят на работните органи, носещи инструментите (вретена и супорти).

3.3. Топологичен модел на зъбообработваща машина

Принципната кинематична схема на зъбофрезните машини и типовите конструкции са разгледани подробно в първа глава (раздел 1.3).

На база на изискванията за построяване на топологични модели на технологичната система може да се каже, че за построяване на такъв модел на зъбофрезни машини са валидни следните условия:

- обработваният детайл в зависимост от неговия тип се установява на две опори (за валове зъбни колела), или върху дорник (за зъбни колела тип дискове и втулки), а този дорник се установява също на две опори на машината. В зависимост от типа на машината дорника може да е разположен в хоризонтално или вертикално положение ;

- режещият инструмент се установява най-често на дорник в супорта за зъбофрезване на машината. Оста на дорника на инструмента е хоризонтална независимо от типа машина (фигури 1.15. и 1.17.);

- обработването на детайла (зъбно колело) се извършва с един инструмент.

Основа за построяване на топологичен модел на зъбофрезни машини е тяхната пространствена технологична размерна верига. Анализът на размерните вериги, описващи размерните връзки при обработване на детайли, показва, че всички те имат една съществена особеност- структурата на размерните връзки зависи от начина на базиране на обработвания детайл и режещия инструмент. Това позволява при моделиране на точността на различни технологични системи и процеси да се използват няколко типови схеми на размерни вериги, съответно топологични модела.

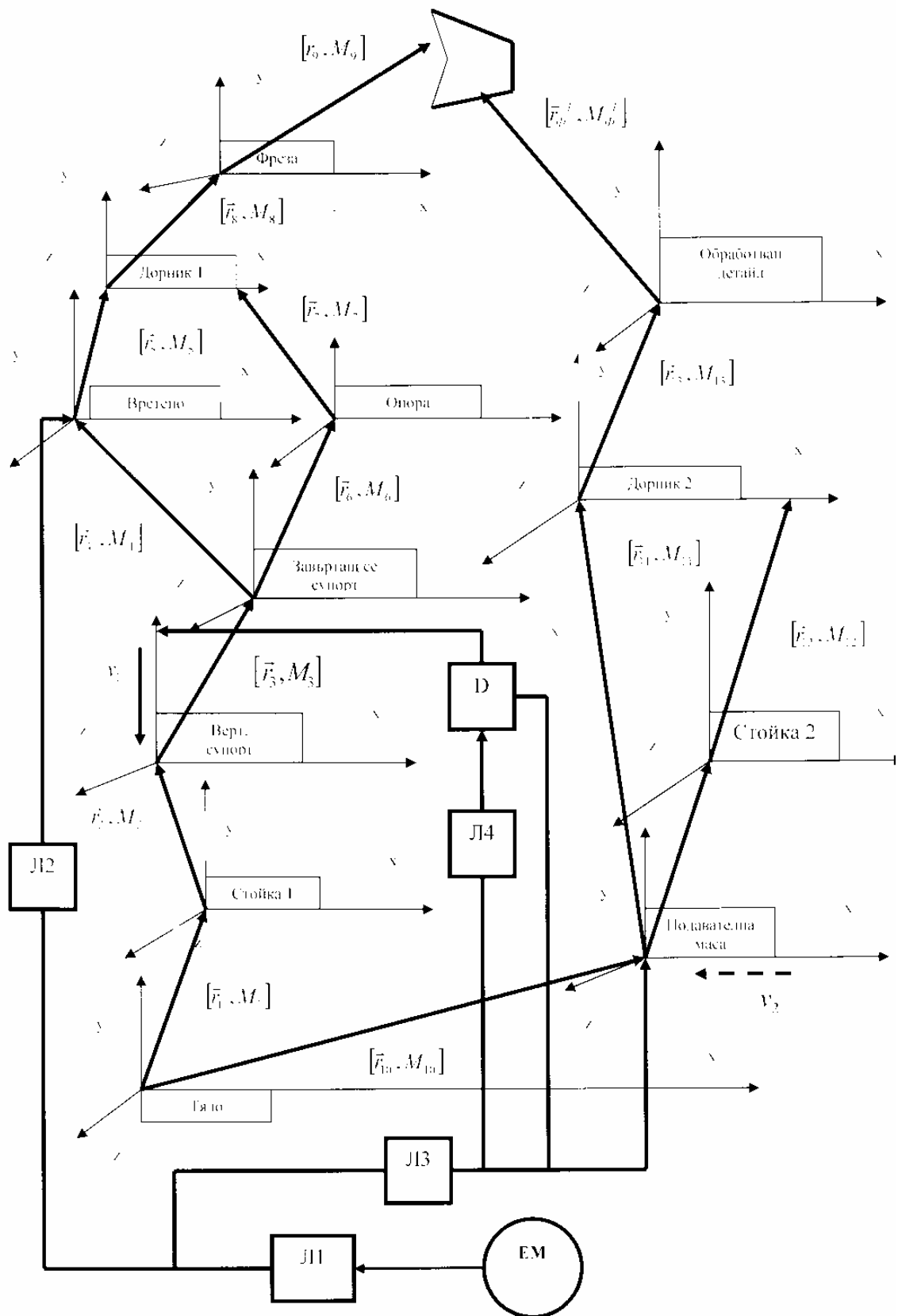
Основните движения, осъществявани от зъбофрезните металоурежещи машини, са разгледани в глава първа. На база на това са разработени топологични модели на зъбофрезова машина показани по долу.

Топологичният модел на идеална зъбообработваща машина е съвкупност от *n* последователно или успоредно свързани модела на идеални детайла и идеални подвижни съединения.

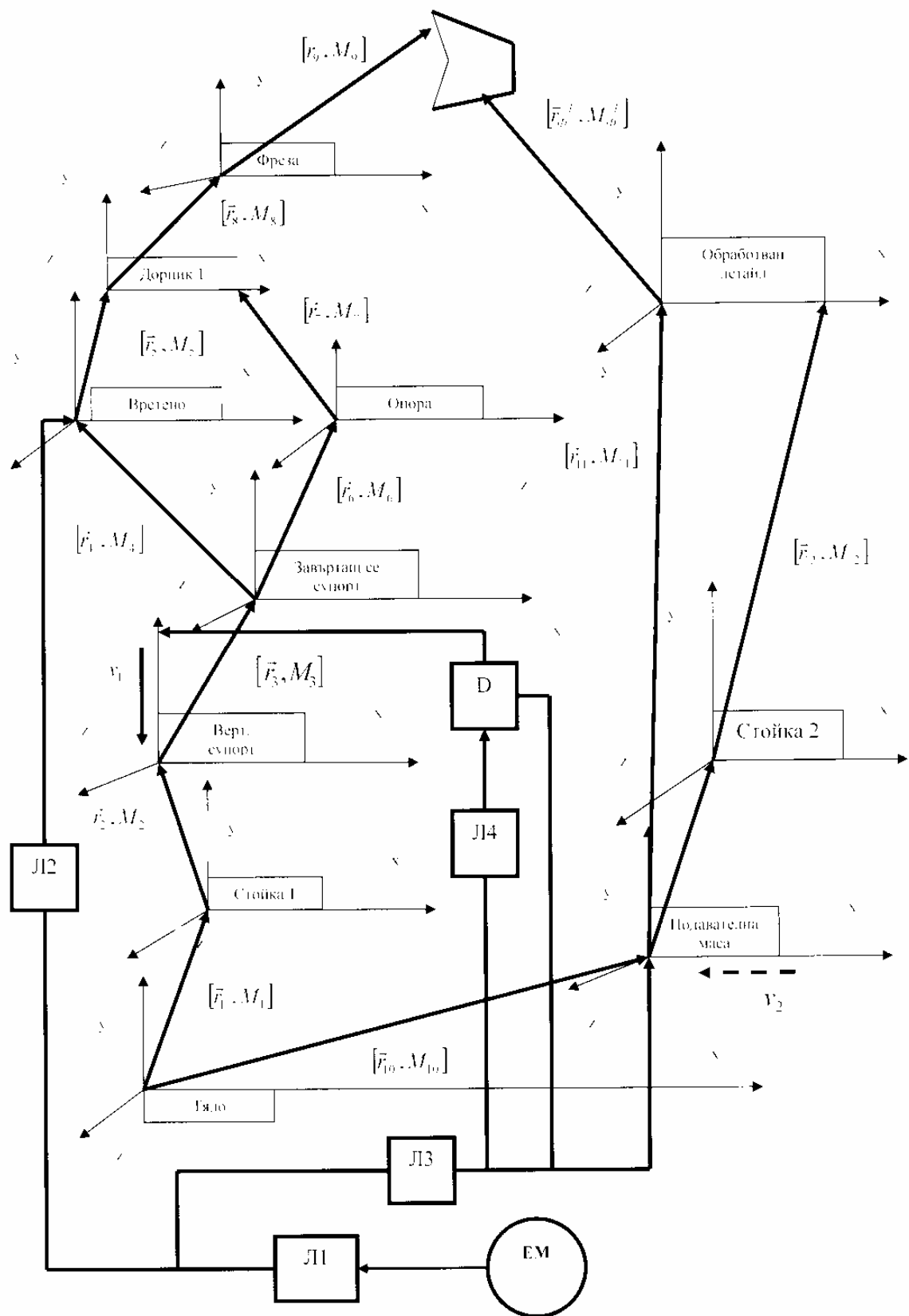
На фиг.3.19 е показан топологичен модел на зъбофрезова машина за обработване на зъбни колела тип втулка и диск. При този модел машината се състои от следните основни звена, включени в схемата:

- тяло на машината;
- подавателна маса – осигурява напречно преместване на детайла и инструмента до достигане на необходимата височина на зъба;
- стойка 1 – върху нея е закрепен супорта и вретеното за установяване на зъбофрезовия инструмент;
- завъртащ се супорт – служи за завъртане на оста на фрезата спрямо оста на обработваното зъбно колело на определен ъгъл;
- вертикален супорт – осигурява осово преместване на инструмента за да може да се обработи цялата дължина на зъбния венец;
- вретено 1 – служи за установяване на единия край на дорника на инструмента;
- опора – служи за установяване на другия край на дорника на инструмента;
- дорник 1 – служи за установяване на инструмента върху него;
- фреза – червячна модулна фреза, за обработване на цилиндрични зъбни колела с прави зъби;
- стойка 2 – върху нея е закрепено вретеното, в което се установява дорника на обработвания детайл;
- дорник 2 – служи за установяване на заготовката на обработваното зъбно колело;
- обработван детайл.

На фиг. 3.20. е показан топологичен модел на зъбофрезова машина при обработване на вал-зъбни колела. Разликата с горната схема е липсата на дорник 2. Заготовката се установява директно във вретеното 2.



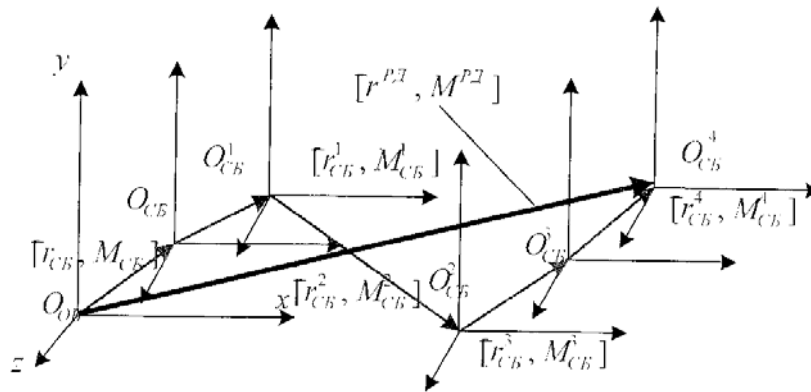
Фиг. 3.19 Топологичен модел на идеална зъбофрезова машина при обработване на зъбни колела - дискове и втулки



Фиг. 3.20 Топологичен модел на идеална зъбофрезова машина при обработване на вал - зъбни колела

3.3.1. Топологичен модел на реална зъбообработваща машина

За отчитане на грешките в разположението на КСБ на реален елемент (детайл) относно КОБ се въвеждат пет положения на КС, свързана с КСБ : номинално (идеално) $O_{CB}^{0,x,y,z}$; след възникване на грешки от изработване O_{CB}^1,x,y,z ; след възникване на грешки от еластични силови деформации O_{CB}^2,x,y,z ; след възникване на грешки от еластични топлинни деформации O_{CB}^3,x,y,z ; след възникване на грешки от износване O_{CB}^4,x,y,z (фиг.3.21.)[36].



Фиг. 3.21. Топологичен модел на реален детайл

Величините \vec{r}^{PD} и M^{PD} се определят от уравненията, съгласно уравнения (3.14) и (3.15):

$$\vec{r}^{PD} = \vec{r}_{CB}^0 + \vec{r}_{CB}^1 \cdot M_{CB}^1 + \vec{r}_{CB}^2 \cdot M_{CB}^2 \cdot M_{CB}^1 + \vec{r}_{CB}^3 \cdot M_{CB}^3 \cdot M_{CB}^1 \cdot M_{CB}^2 + \vec{r}_{CB}^4 \cdot M_{CB}^4 \cdot M_{CB}^1 \cdot M_{CB}^2 \cdot M_{CB}^3 \quad (3.7)$$

$$M^{PD} = M_{CB}^4 \cdot M_{CB}^3 \cdot M_{CB}^2 \cdot M_{CB}^1 \cdot M_{CB}^0 \quad (3.8)$$

За отчитане на грешките в относителното разположение на основните бази на подвижния детайл относно спомагателните бази на условно неподвижния се въвеждат две допълнителни положения на КС, свързана със КОБ на подвижния детайл: след възникване на грешки от хлабини (номинални и в резултат на грешки от изработване) O_{CB}^{i1},x,y,z и след възникване на грешки от задвижване O_{CB}^{i2},x,y,z (фиг.3.22.).

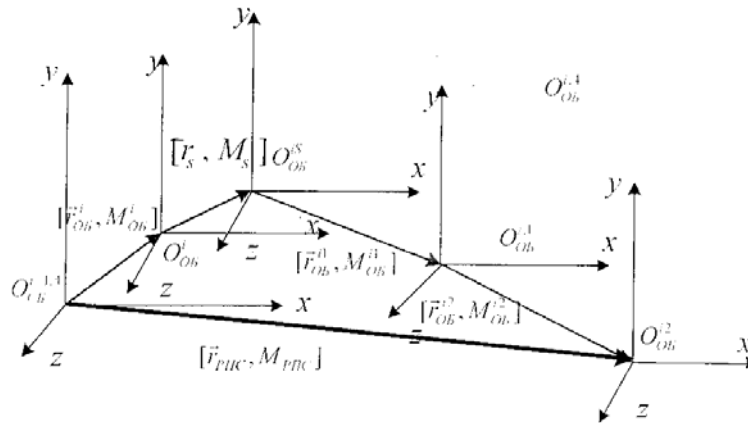
Величините \vec{r}_{PIS} и M_{PIS} се определят от уравненията:

$$\vec{r}_{PIS} = \vec{r}_{OB}^i + \vec{r}_s \cdot M_{OB}^i + \vec{r}_{OB}^{i1} \cdot M_{OB}^{i1} \cdot M_s + \vec{r}_{OB}^{i2} \cdot M_{OB}^{i2} \cdot M_{OB}^{i1} \cdot M_{OB}^{i2} \quad (3.9)$$

$$M_{PIS} = M_{OB}^i \cdot M_s \cdot M_{OB}^{i1} \cdot M_{OB}^{i2} \quad (3.10)$$

На основата на топологичен модел на реален детайл и реално подвижно съединение са синтезирани топологични модели на реални зъбообработващи машини [36]. Разработени са топологични модели на ЗОМ (фиг.3.20 и фиг.3.21), в които пространственото разположение

на отделните звена са описани чрез декартови КС в тримерното пространство, свързани еднозначно с базовите повърхнини на детайлите в сглобената единица по определен начин в зависимост от базирането (фиг. 3.13, 3.14., 3.15).



Фиг. 3.22. Топологичен модел на реално подвижно съединение

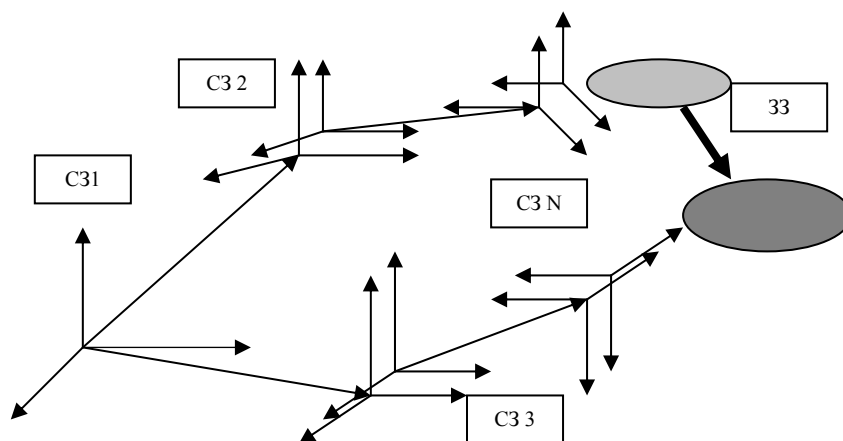
Прилагането на методи за алгоритмизация при решаване на инженерни задачи изисква точно дефиниране на две множества: множество на зададените величини (входните данни) и множество на търсените величини (изходни данни). Решаването на задачите на размерен анализ за точност на ЗОМ се състои в намиране на стойностите на параметрите на точност при известни стойности на геометричните параметри на всеки детайл (проверочна задача).

От математическа гледна точка, топологичните модели на ЗОМ се представят като взаимното пространствено положение на звената се изразява чрез радиус-вектори и косинус директорни матрици на взаимното разположение на координатните системи. Този модел се използва за решаване на задачи от размерния анализ. По аналогия с размерните вериги, се приема „съставни звена” да са геометричните обекти (радиус-вектори и матрици), получавани във функция на размерите на детайлите, а „затварящи звена” се приемат свързаните с показателите на точност на машината (фиг. 3.23).

За да се използва моделът от фиг.3.23 за целите на размерния анализ е необходимо да се алгоритмизира връзката между числените стойности на геометричните характеристики на звената и числените характеристики на показателите за точност на машината.

Пространственият структурен модел дава възможност за тримерно представяне на връзките, като е необходимо допълнително преобразуване на входните параметри (фиг.3.24):

- Съставните звена са сложни функции на показателите за точност детайлите. Входната информация трябва да се представи като пространствени звена, при това по начин обвързан с теория на базирането (фиг. 3.11., 3.14);



Фиг. 3.23. Пространствен структурен модел на размерна верига

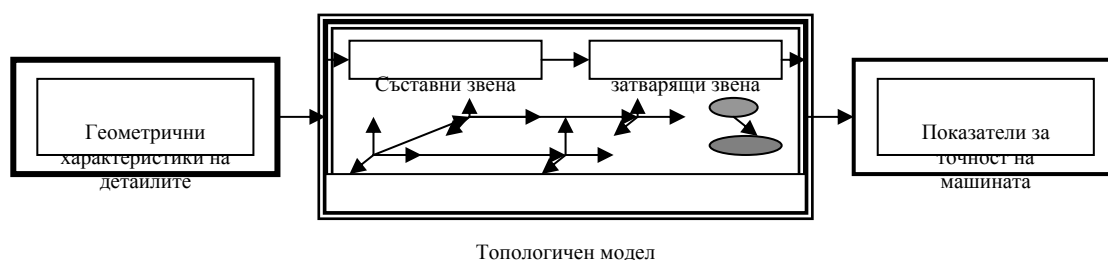
(C3 1 – съставно звено 1...C3 N – съставно звено N; 33 – затварящо звено)

- Връзката между съставните звена и затварящото е изградена на зависимости от аналитичната геометрия, които изразяват преходи между координатни системи (фиг. 3.15, 3.16, 3.21, 3.22, б);

- Затварящото звено е взаимното пространствено разположение на повърхнините на възела и не е директен израз на показател за точността, а само база за нейното изразяване.

За решаване на проверочната задача на размерния анализ са използва алгоритъм, при който се извършва постъпкова трансформация на стойностите на входните данни в стойности на изхода. Моделираният алгоритъм трябва да включва следните основни алгоритмични блокове:

а) алгоритмичен блок за преход от входните показатели за точност на детайлите към съставните звена на модела;



Фиг. 3.24. Обща схема на алгоритъм за решаване на пространствените размерни вериги, участващи в топологичните модели на металорежещи машини

б) алгоритмичен блок за връзка между съставните звена на топологичния модел и затварящото (изходно звено);

в) алгоритмичен блок за изразяване на търсения показател за точност в зависимост от затварящото звено.

На база на топологичните модели показани на фиг.3.19. и фиг. 3.20. се разработва алгоритмичен модел на размерните, кинематични и динамични връзки, възникващи в системата.

За да може да се разработят алгоритми за решаване на поставените задачи се използват известните от аналитичната геометрия уравнения за преход от КС (i) в КС (i-1) :

$$\begin{aligned}\vec{r}_{C_{(i-1)}} &= \vec{r}_i + \vec{r}_{C_i} \cdot M_i \\ M_{i,(i-2)} &= M_{(i-1)} \cdot M_i\end{aligned}\tag{3.11}$$

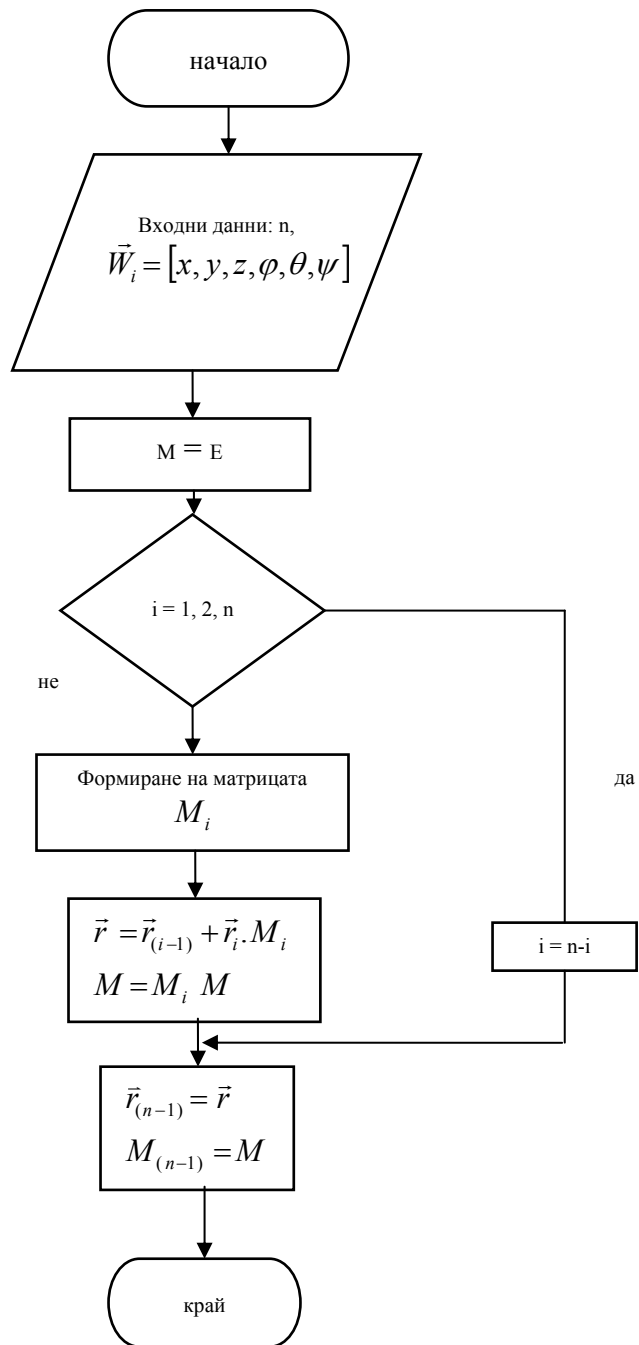
Векторът $\vec{r}_{n,1}$ (ф-ла 3.9) и матрицата $M_{n,1}$, определящи положението на началото O_n и ориентирането на КС O_nxyz В КС O_1xyz могат да се получат чрез (n-1) последователни трансформации като се използват уравнение 3.11. Алгоритъмът на този преход е показан на фиг. 3.25.

На основа на алгоритъма показан на фиг. 3.25 е построен алгоритъм за определяне на положението на $[\vec{r}_o^{ИПС}, M_o^{ИПС}]$ на КС O_{CB}^Bxyz на идеалното подвижно съединение (фиг. 3.16) в КС O_{OB}^Axyz на тази двойка. Този алгоритъм е показан на фиг.3.26.

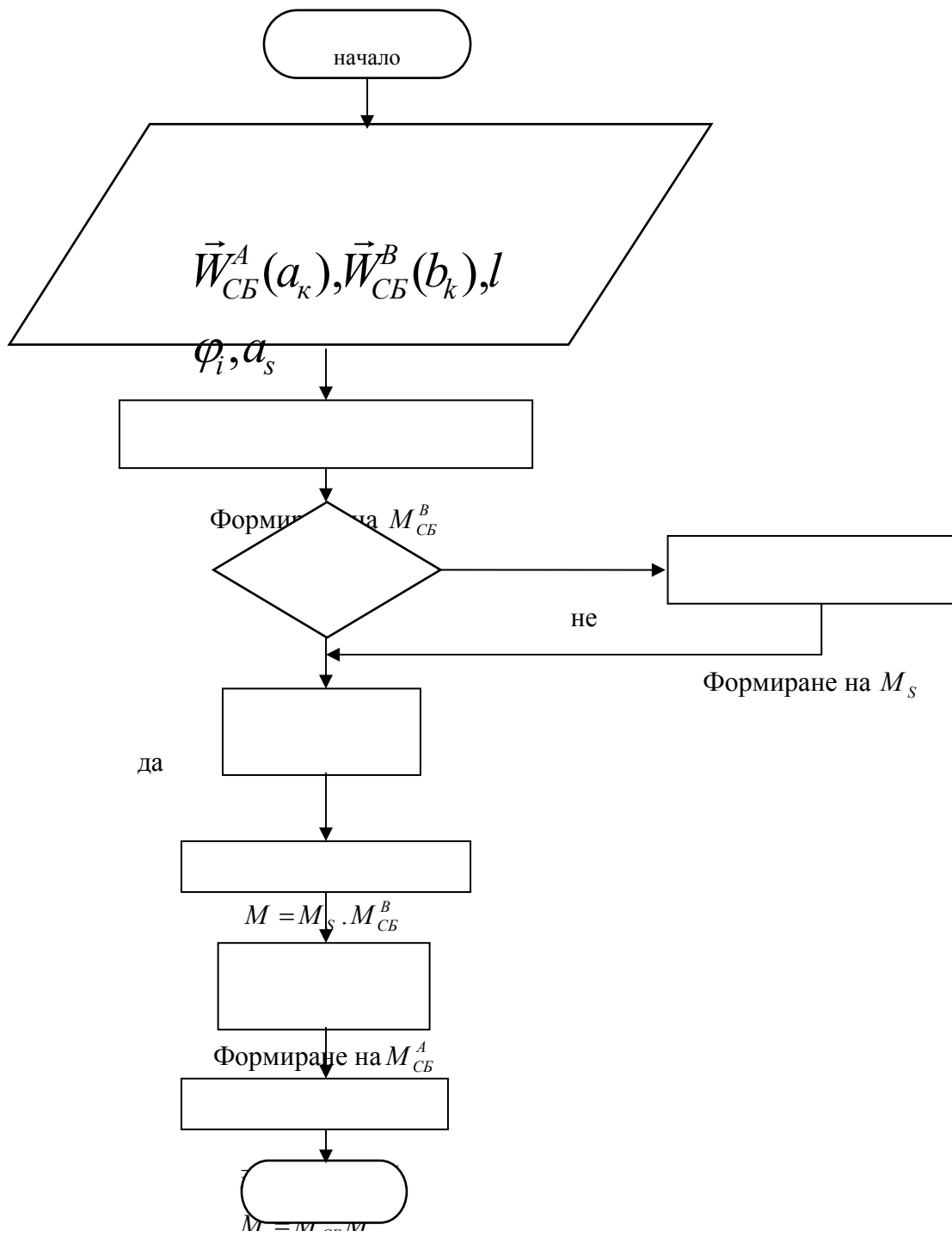
Алгоритъмът за моделиране на реално подвижно съединение включва алгоритъм за моделиране на реален детайл и реално подвижно съединение и е показан на фиг. 3.27.

Моделът отразява зависимостта между номиналните стойности на входните параметри и номиналните стойности на изходните показатели на качеството. Алгоритъмът за решаване на задачата при номинални стойности на входните параметри е показан на фиг.3.28. Той включва:

- определяне на преместването на КС на модела по зададен закон- зависи от метода на обработване;
- определяне на действащите сили и моменти- сили на рязане и моменти в зависимост от обработвания материал и вида на инструмента;
- определяне на контактните еластични деформации- от действието на силите на закрепване;
- определяне на собствените еластични деформации- от действието на силите на рязане в процеса на обработване;
- определяне на температурните изменения – промяна на температурата в зоната на рязане при обработване;



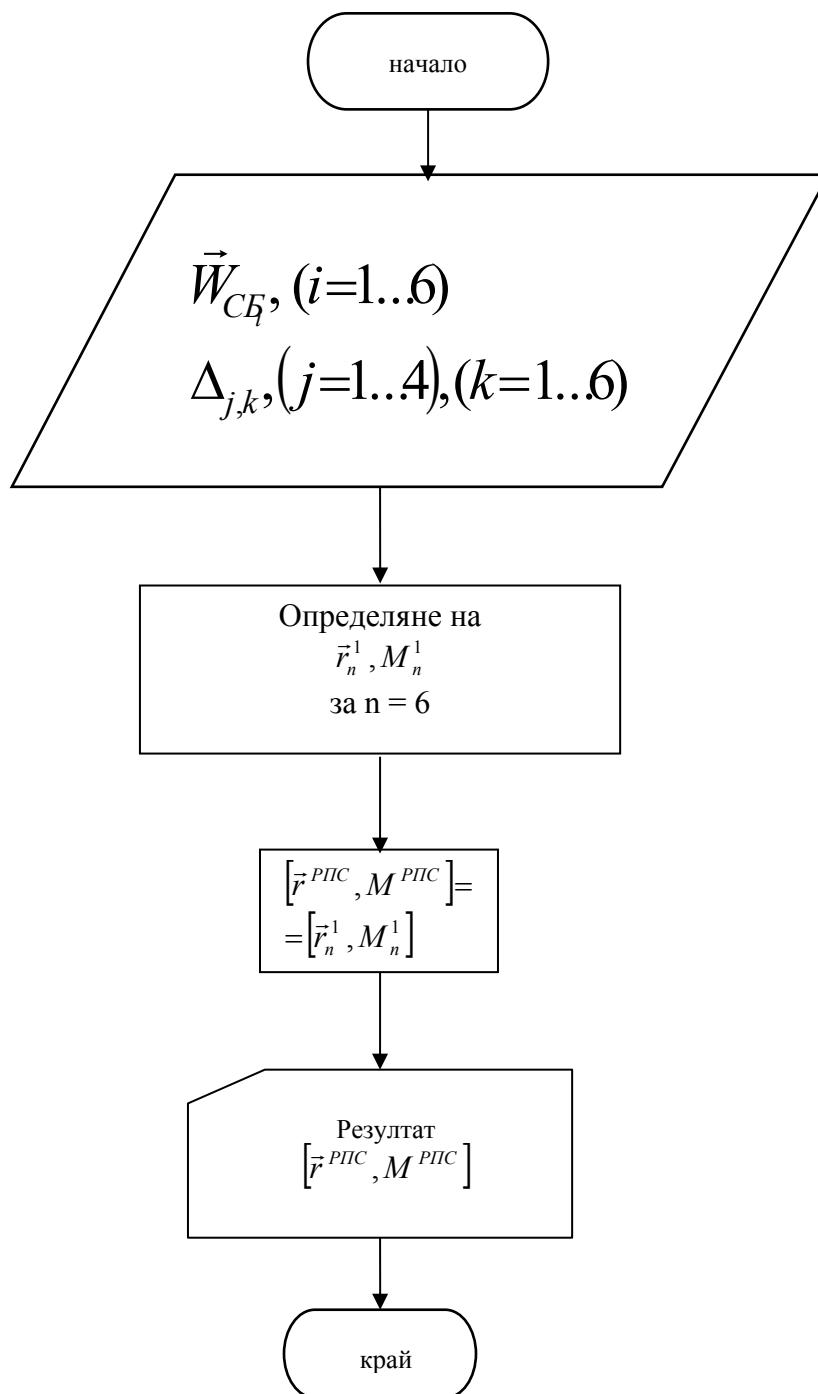
Фиг. 3.25. Алгоритъм за преход между n координатни системи



$$\vec{r}_O^{ПС} = \vec{r} \quad , \quad M_O^{ПС} = M$$

край

Фиг. 3.26. Алгоритъм за моделиране на ИПС



Фиг.3.27. Алгоритъм за моделиране на РПС

- определяне на топлинните деформации- деформации на основни елементи на ТС, породени от промяната на температурата;
- определяне на преместването на КС на модела поради еластични и топлинни деформации;

- определяне на стойностите на изходните параметри.

За да може да се използват разработените топологични модели е разработен алгоритмичен модел отчитащ влиянието на грешките на всички входни параметри, или на част от тях върху грешките. Сумирането на тези грешки може да стане по метода минимум-максимум или вероятно.

При използване на модела част от входните параметри се разглеждат като постоянни, останалата част - като променливи. Анализ на това, кои параметри са постоянни и кои променливи е направен подробно в глава 2.

При сумиране на грешките по минимум-максимум за общност на алгоритмичния модел се приема, че всички входни параметри могат да приемат различни предварително дефинирани стойности.

За изчисляване на зададените показатели на качеството предварително се определят предавателни коефициенти. Алгоритъмът за решаване на задачата е показан на фиг. 3.29.

Той включва:

- определяне на предавателните коефициенти – дават степента на влияние на различните входни параметри;
- присвояване на комбинация от конкретни стойности на входните параметри;
- определяне стойностите на изходните параметри;
- анализ на получените резултати.

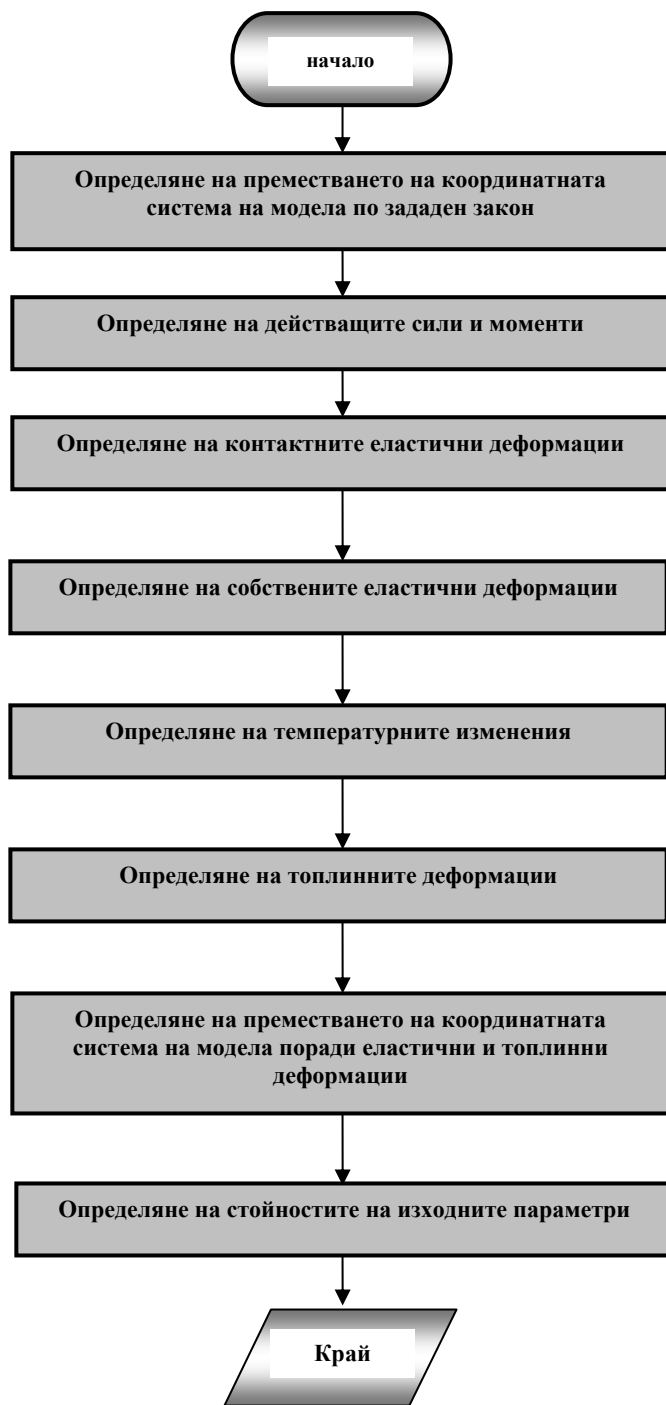
При вероятно сумиране на грешките част от входните параметри се разглеждат като постоянни, друга част - като случайни функции, трета част – като случайни величини. За разработване на обобщен алгоритмичен модел се приемат всички входни параметри като случайни функции:

$$X(t) = f(t, \psi); \psi \in \Psi; t \in T; X(t) \in \Omega \quad (3.12)$$

където ψ е елементарното събитие; Ψ - пространството на елементарното събитие; T - областта (множество) от стойности на аргумента t на функцията $X(t)$; Ω - множеството от възможни стойности на случайния процес $X(t)$.

Състояние „случайна величина“ на даден параметър може да се получи от състояние „случайна функция“, ако се приеме за времето $t = \text{const}$.

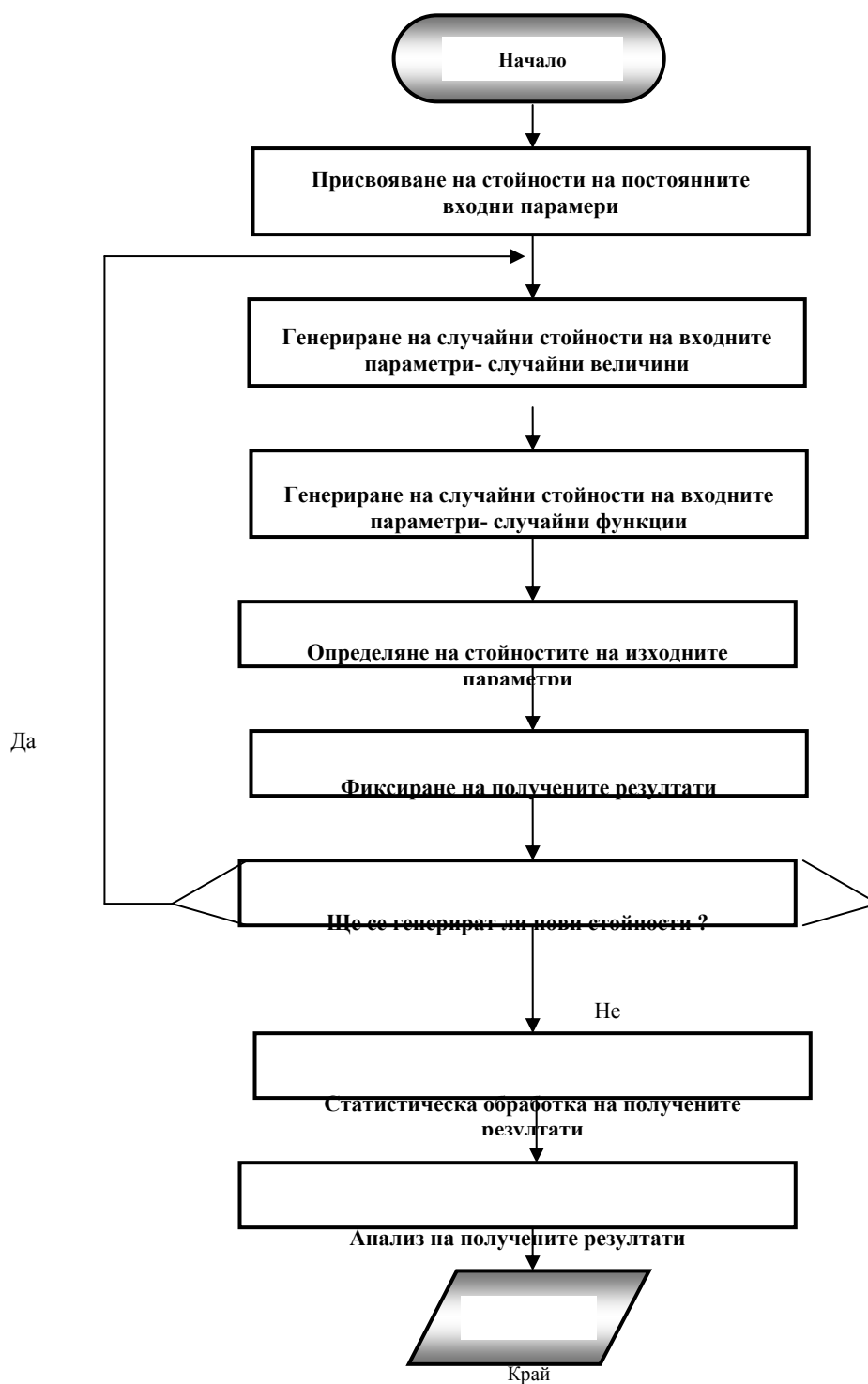
Състояние „постоянна величина“ на даден параметър може да се получи от състояние „случайна функция“ ако се приеме, че $t = \text{const}$, а множеството Ω съдържа само една стойност.



**Фиг.3.28. Алгоритъм при номинални стойности на входните параметри
(Алгоритъм 1)**



Фиг.3.29. Алгоритъм за сумиране по метод минимум-максимум



Фиг. 3.30. Алгоритъм за вероятностно сумиране

Алгоритъмът за решаване на задачата при вероятностно сумиране на грешките е показан на фиг. 3.30. Той включва следните етапи:

- присвояване на стойности на постоянните входни величини;
- генериране на случайни стойности на входните параметри - случайни величини;
- генериране на случайни стойности на входните параметри- случайни функции;
- определяне на стойностите на изходните параметри;
- статистическа обработка на получените резултати;
- анализ на получените резултати.

3.4. Изводи към трета глава

1. Поради сложността на технологичната система и процеса на формо- и размерообразуване на зъбните профили при обработване на зъбни колека, за разработване на математичния модел на този процес е необходимо формализираната схема на технологичната система да бъде представена във вид на структурен (топологичен) модел – особен вид математичен модел, даващ информация за състава на моделирания обект и за съществуващите в него връзки.

2. В топологичния модел технологичната система може да се представи като подредена последователност от два вида градивни елементи: детайли (възли) и подвижни съединения.

3. Топологичният модел на идеална технологична система се състои от топологични модели на идеални детайли и идеални подвижни съединения.

4. За отчитане на грешките топологичния модел на реалната технологична система е разработен на основата на топологичните модели на реални детайли и реални подвижни съединения.

5. Тъй като при нарязване на зъбите обработваните детайли се установяват по две различни схеми, са разработени два топологични модела:

- за нарязване на зъбни колела втулки и дискове;
- за нарязване на вал-зъбни колела.

6. Разработените алгоритмични математични модели дават възможност за пресмятане на грешките на обработване като функция на параметрите на обработвания детайл, режещия инструмент, технологичната система и режима на рязане по двата метода: минимум-максимум и вероятностен.