ЧЕСТОТНИ ХАРАКТЕРИСТИКИ НА НЕЛИНЕЙНИ ПАРАМЕТРИЧНИ ТРЕПТЕНИЯ НА МАХАЛО С ПОДВИЖНО ОКАЧВАНЕ

Светлин СТОЯНОВ

sstoyanov@uni-ruse.bg

Катедра Техническа механика,
Русенски университет, Русе 7017, БЪЛГАРИЯ

Изследвано е честотното поведение на нелинейните параметрични трептения на математично махало с подвижно окачване при люлеене чрез самозасилване. Построени са амплитудно-честотни характеристики на трептенията. Установени са разликите в честотното поведение при твърдо и при меко окачване на махалото. Изследвано е поведението във времето на трептенията в главните резонансни зони и е съпоставено с това при честота на възбуждането съответстващи на собствената честота на линеаризирано математично махало с постоянна дължина. Положени са основите за изучаване на възможностите на изследваното махало за гасене на трептения.

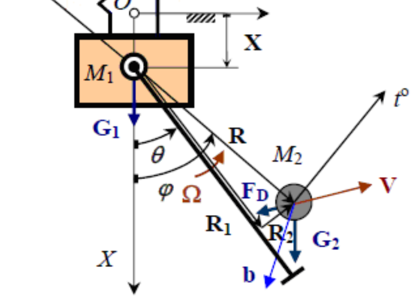
Ключови думи:
честотни характеристики, нелинейни трептения, параметрични трептения, люлеене чрез самозасилване, резонансни честоти

1. Въведение

Генерирането на трептения, както и тяхното гасене или изолация посредством махало намират широко приложение. Често срещани са случаите на махало, установено към подвижна основа – повдигателни съоръжения (напр. мостови кранове) [4, 6]; самоходни роботи [9]; динамичните гасители, монтирани в сгради [8]. Закрепването на подвижната основа обикновено се реализира посредством еластичен елемент и демпфер. Такава е и връзката от роторното устройство и виброгасителя с махало към корпуса на хеликоптерите машини [7].

Нелинейните трептения на система от маса, еластичен елемент, демпфиращ елемент и махало са изследвани в редица съвременни разработки [12, 5, 11]. Наличието на махало в трептящата система може да редуцира трептенията или напротив – да ги мултиплицира. Също така, съществуват стойности на параметрите на системата, които водят до нестабилност и хаотично поведение [12, 13].

В изброените разработки, недостатъчно изучени са параметричните трептения и по-конкретно феномена люлеене чрез самозасилване. В [10] е изследвано приложение на този феномен за виброгасене. Разгледано е движение на масата само надлъжно на махалото. В [1] е представено изследване на нелинейните параметрични трептения на математично махало, породени от самозасилване при движение на масата едновременно по две направление – надлъжно и напречно на махалото. Изследването продължава в [3], където е анализирано поведението на трептенията в широк диапазон от честоти на възбуждането. В [2] е предложен и изследван усъвършенстван модел, предоставящ по-големи възможности за синтезиране на параметрични трептения с желани свойства – фиг. 1.



Фиг. 1. Математично махало с променлива дължина и подвижно окачване

Целта на настоящото изследване е изучаване на честотното поведение на този усъвършенстван модел, както и влиянието на мекото окачване върху амплитудно-честотните характеристики в сравнение с модела с твърдо окачване от [3].

Построяването на амплитудно-честотните характеристики е реализирано посредством математичния модел разработен в [2]. При нелинейни трептения на дадена маса или система са възможни множество амплитудно-честотни характеристики. Това се дължи на зависимостта на честотата от амплитудата, а от там и от началните условия. При неустановените режими, при дадена честота са възможни различни амплитуди на трептене. Тази многозначност е решена посредством отчитане на максималната амплитудата след установяване на трептенията и за конкретни начални условия.

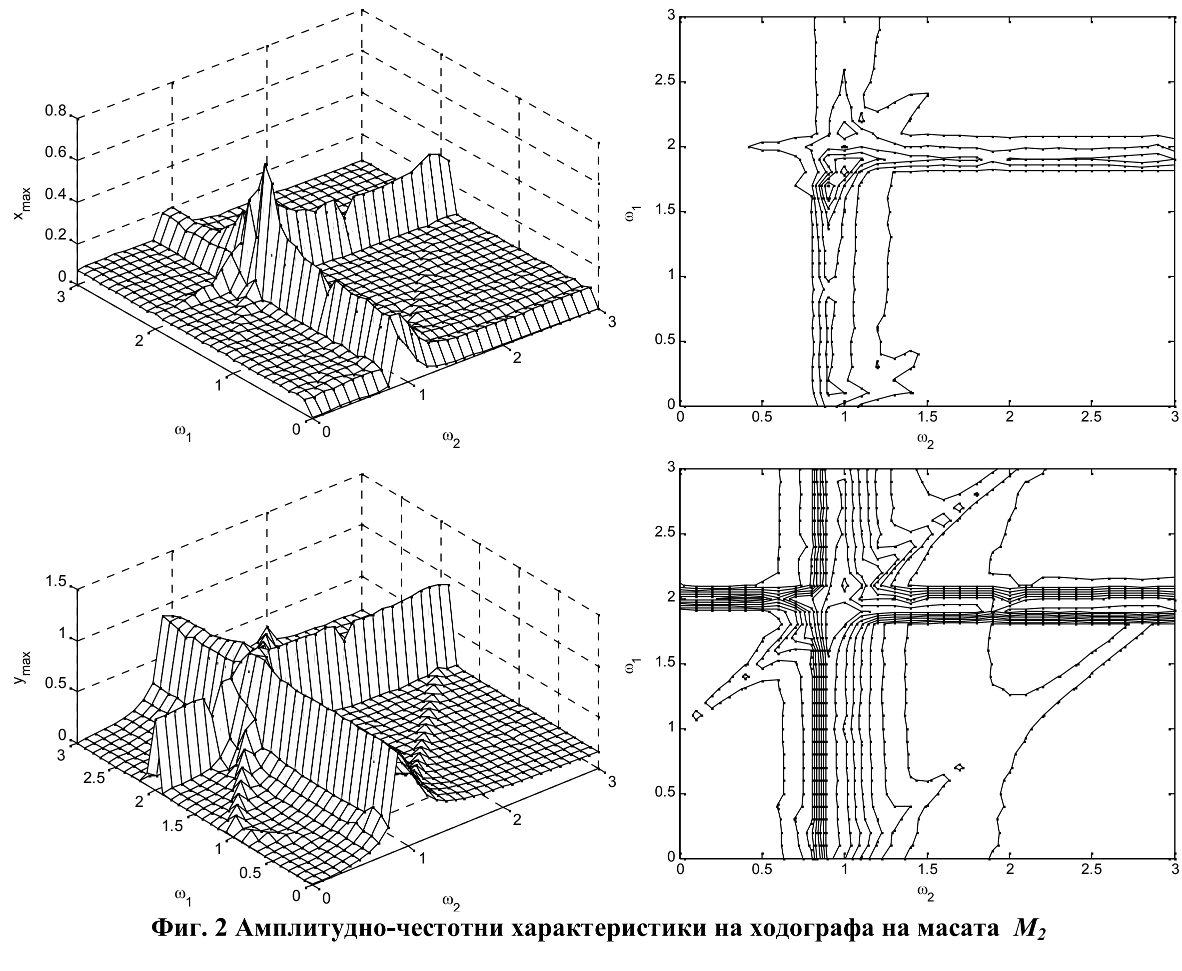
Освен означенията от [3], в изследването са използвани и:

- x_{M1}, y_{M1}, x_{M2}, y_{M2}, m – декартови координати съответно на масите M_1 и M_2 (фиг. 1);
- $x_{M1\,\max}$, m – максимална амплитуда на абсолютното преместване на масата M_1, отчетено спрямо равновесното положение;
- $x_{\max}$ и $y_{\max}$, m – максимална амплитуда на абсолютното преместване на масата M_2 съответно по ос x и по ос y, отчетено спрямо равновесното положение;
- ω_d – честота на смущението, при изследване работата на махалото като виброгасител (фиг. 10). Една единица се равнява на собствената честота Ω_0 на линеаризирано математично махало със съответната дължина [3];

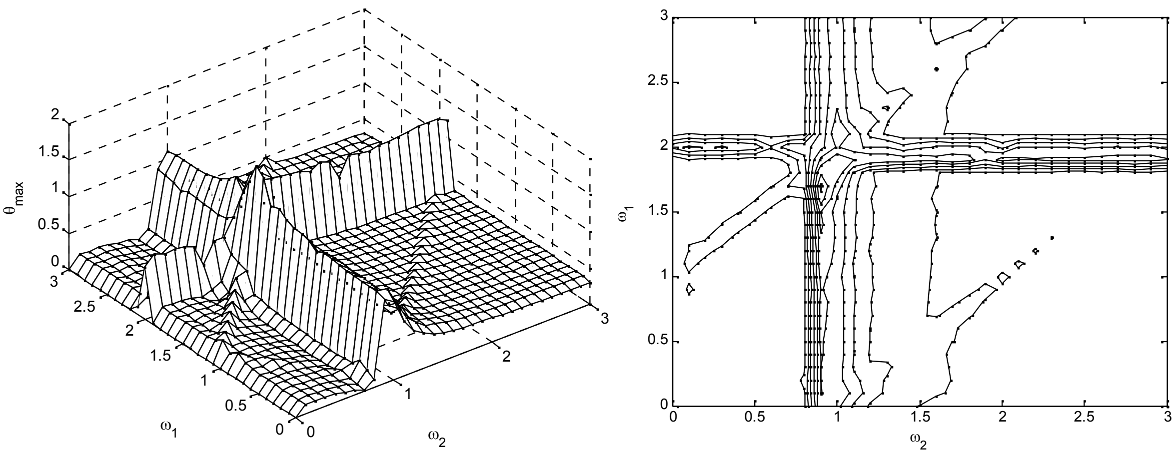
Изследването е реализирано при стойностите на параметрите на математичния модел избрани в [2].

2. Предварително сканиране

Реализирано е сканиране на зоната $[\,0 \le \omega_1 < 5\,,\ 0 \le \omega_2 < 5\,]$ със стъпка 0.05 единици. На фиг. 2 и фиг. 3 са представени амплитудно-честотните характеристики на трептенията на масата *M₂*. Главната резонансна зона запазва местоположението си както при твърдо окачване [3]. Наблюдава се значително повишаване на радиусите на закръгление в преходите от зоните с ниска амплитуда към главната резонансна зона. За разлика от конструкцията с твърдо окачване, тук не може да бъде достигнат пълен оборот на завърне на махалото.

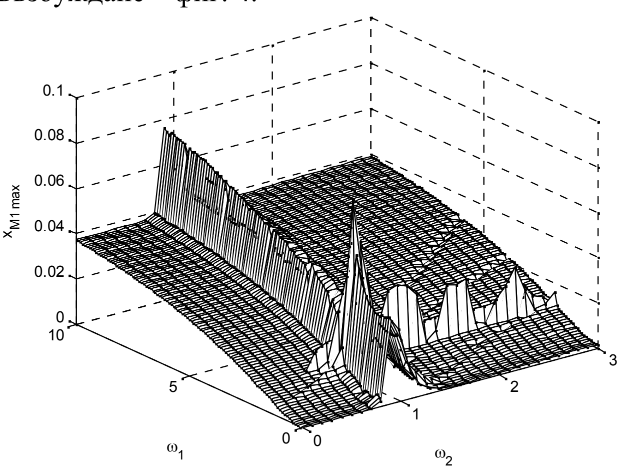


Фиг. 2 Амплитудно-честотни характеристики на ходографа на масата M_2



Фиг. 3. Амплитудно-честотна характеристика на ъгъла на завъртане на махалото

Амплитудно-честотната характеристика на ходографа на масата M_1 се отличава от характеристиките на M_2 по наличието на експоненциално нарастване на амплитудата с нарастване на честотата ω_1 на надлъжното възбуждане – фиг. 4.



Фиг. 4. Амплитудно-честотна характеристика на ходографа на масата M_1

Максималната амплитуда на масата M_1 след стабилизиране на трептенията може да се опише със зависимостта

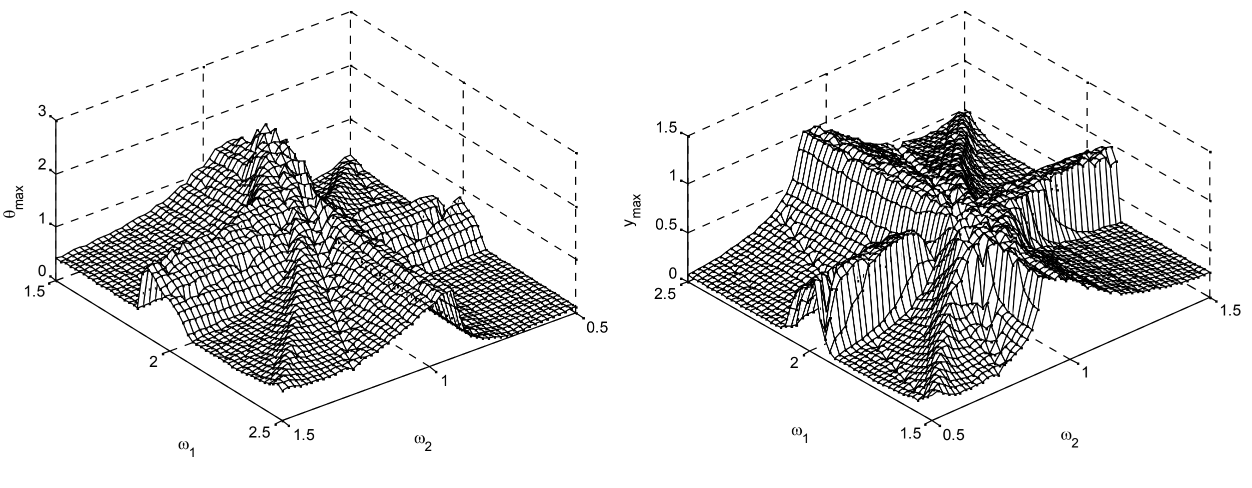
$$x_{M_1} = ae^{b\omega_1} + ce^{d\omega_1} + e\,.$$

За избраните стойности на параметрите на модела, коефициентите на (1) са:
a = -0.05179; b = -0.1891; c = 0.006456;
d = -1.507; e = 0.04529.

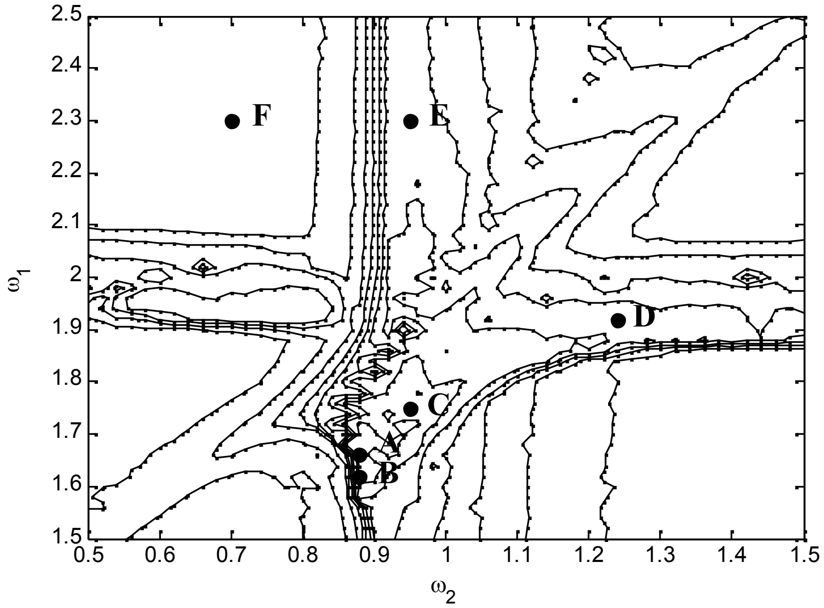
3. Фино сканиране

Главната резонансна зона е сканирана със стъпка 0.02 единици. Това позволява да бъде получена макрогеометрията на повърхнините на амплитудно-честотните характеристики – фиг. 5.

Ъгълът на завъртане на махалото има максимална стойност $\theta = 101.4^\circ$ при $\omega_1 = 0.88$ и $\omega_2 = 1.66$. Тази работна точка от амплитудно-честотната характеристика е отбелязана като т. А на фиг. 6.

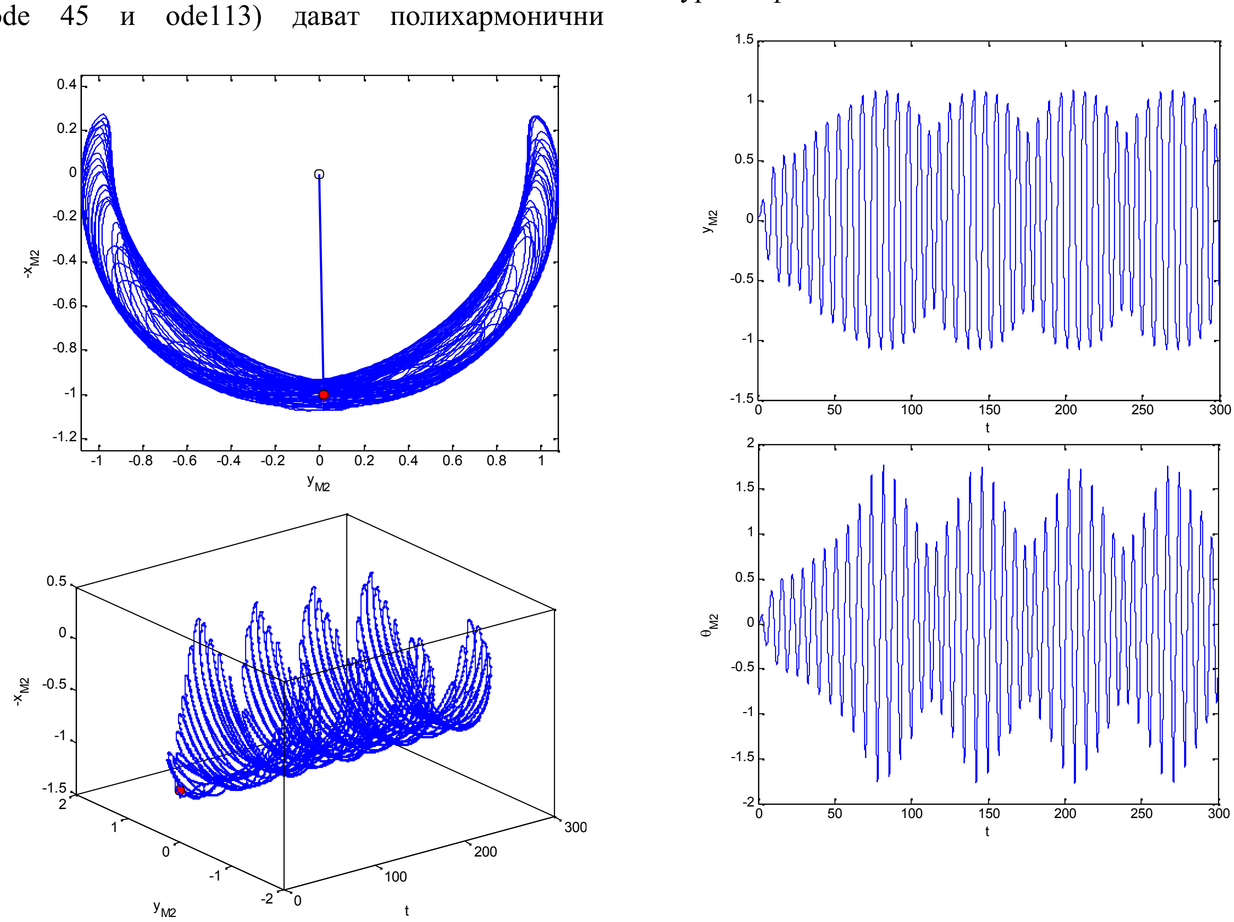


Фиг. 5. Примерни резултати от финото сканиране

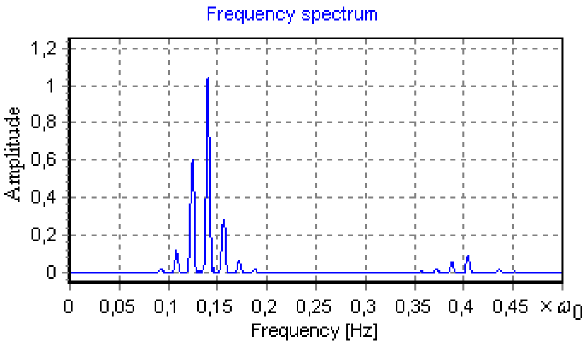


Фиг. 6. Тестови работни точки от амплитудно-честотната характеристика на ъгъл θ :
т. A(0.88; 1.66); т. B(0.88; 1.62); т. C(0.95; 1.75); т. D(1.24; 1.92); т. E(0.95; 2.3); т. F(0.7; 2.3)

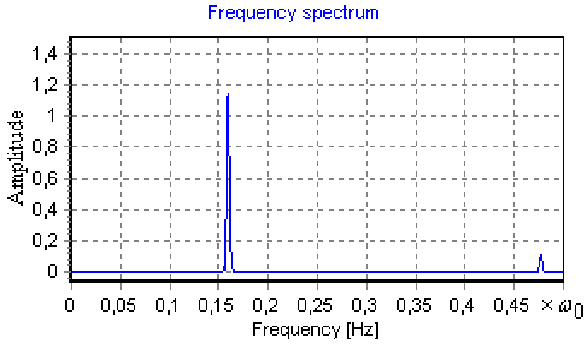
Следващата по големина стойност е $\theta = 100.8^\circ$ при $\omega_1 = 0.88$ и $\omega_2 = 1.62$ – т. B. Друга точка от главната резонансна зона е т .C с $\theta = 98^\circ$. И в трите тестови точки, солвърите на Matlab (ode15t, ode23, ode23s, ode23t, ode23tb, ode 45 и ode113) дават полихармонични амплитудно-модулирани трептения – фиг. 7. Наблюдава се явлението „биене”. Това показва че има наслагване на няколко хармонични трептения. Техните честоти са определени посредством дискретната трансформация на Фурие – фиг. 8.



Фиг. 7. Характеристики на трептенията в главната резонансна зона на точка M_2



а



б

Фиг. 8. Честотен спектър на ъгъла на завъртане на махалото: а – в главната резонансна зона; б – при честота на възбуждането съответстваща на собствената честота на математично махало

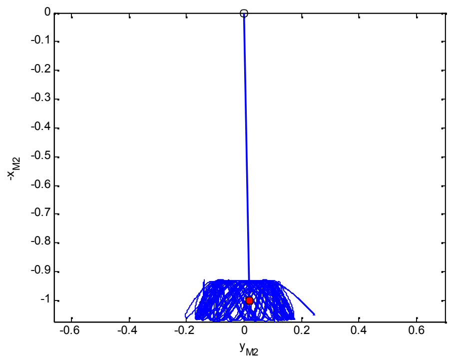
От фиг. 8 се вижда, че работата в резонансната зона води по появата на допълнителни хармонични трептения в сравнение с работата при честоти на възбуждането съответстващи на собствената честота ω_0 на линеаризирано махало с постоянна дължина [3]. Тези нови трептения модулират амплитудата на основната (носещата) честота. Както се вижда от фиг. 8а, носещата честота

$$n = 0.135\omega_0 = 0.25Hz$$

е равна на честотата на възбуждането

$$n_0 = \frac{\omega_{1A}\omega_0}{2\pi} = 0.25\,Hz\ .$$

На фиг. 9 е даден ходографа на трептенията в т F от амплитудно-честотната характеристика.

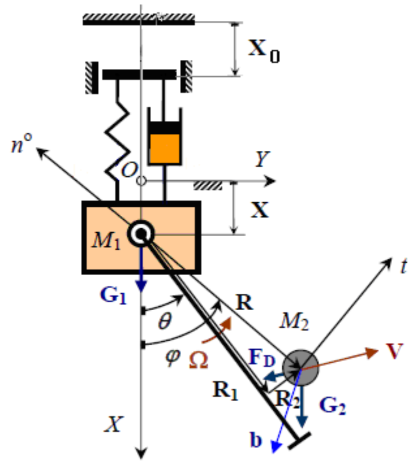


Фиг. 9. Ходограф на точка M_2

Както се вижда, възбуждането съвсем слабо извежда махалото от равновесното му положение, завъртайки го на максимален ъгъл $\theta = 9.7^\circ$.

4. Гасене на трептения

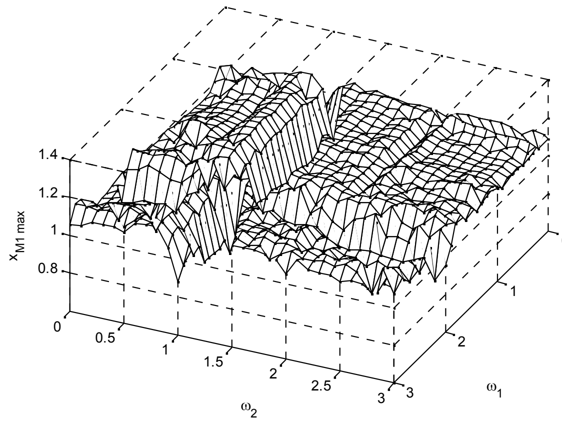
Изследвано е виброгасене при хармонично кинематично смущение $x_0 = \sin(\omega_d t)$, както е представено на фиг. 10.



Фиг. 10. Прилагане на смущение към основата на махалото

.

При $\omega_d = 1$, се наблюдава подобие между възбуждането необходимо за реализиране на виброгасене на масата M_1 и възбуждането, необходимо за генериране на трептения на махалото с максимална амплитуда – амплитудно-честотната характеристика е „обърната" спрямо хоризонталната равнина $[\omega_1, \omega_2]$, както е предствена на фиг. 11.



Фиг. 11. Характеристика на трептенията на масата M_1, получена при предварително сканиране

Следователно, за да се реализира гасена на трептенията, трябва честотата на възбужданията да бъде в зоната

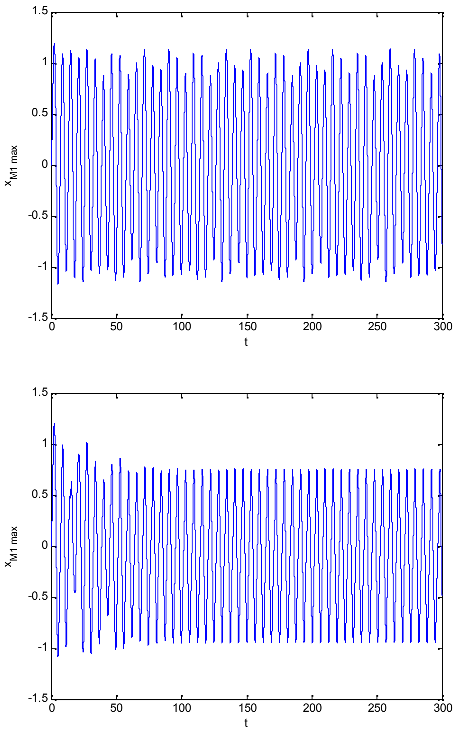
$$2\omega_d - \frac{\delta_1}{2} \le \omega_1 \le 2\omega_d + \frac{\delta_2}{2}$$

$$\omega_d - \frac{\delta_3}{2} \le \omega_2 \le \omega_d + \frac{\delta_4}{2},$$

където δ е ширината на зоната при конкретната работна точка от характеристиката и се определя аналогично на [3].

Установява се също така сравнително висока грапавост на повърхнините на характеристиките.

Поведението на трептенията във времето е представено на фиг. 12.



Фиг. 12. Представяне във времевата област: а – при възбуждане съответстващо на т. *F* от характеристиката на фиг. 6; б – при възбуждане в главната резонанса зона на ъгъл θ

Вижда се, че при тези параметри на модела, виброгасенето е ниско ефективно, което поражда необходимост от по-нататъшно изследване за определяне на възможностите в това направление.

5. Заключение

Подвижното окачване намалява резонансните амплитуди, като при това резонансните зони запазват местоположението си. Наблюдава се значително повишаване на радиусите на закръгление в преходите от зоните с ниска амплитуда към главната резонансна зона.

Определена е максимална стойност на ъгъла на завъртане $\theta_{\max} = 101.4^\circ$, която е 1.2 пъти по-голяма от получената при възбуждане съответстващо на собствената честота на линеаризирано математично махало с постоянна дължина – $\theta_{\max} = 84.2^\circ$ [2]. В зоната на тези максимални амплитуди, наречена главна резонансна зона, численото решение на математичния модел дава като резултат полихармонични трептения – наблюдава се явлението „биене".

При генериране на трептения, амплитудата на трептенията на масата M_1 нараства по експоненциален закон с нарастване на честотата ω_1 на надлъжното възбуждане.

Благодарности

Изследванията са подкрепени по:

- Договор № BG051PO001-3.3.04/28, „Подкрепа за развитие на научните кадри в областта на инженерните научни изследвания и иновациите". Проектът се осъществява с финансовата подкрепа на Оперативна програма „Развитие на човешките ресурси" 2007-2013, съфинансирана от Европейския социален фонд на Европейския съюз";
- Проект 2011-МТФ-01, финансиран от фонд Научни изследвания при Русенски университет.

Литература

1. Боздуганова, В.С., В.Г. Витлиемов. Динамика на махало с променлива дължина и сухо триене като симулатор на люлка. Механика на машините, Т. 17 (82), № 3, 2009, ISSN 0861-9727
2. Боздуганова, В.С., С.П. Стоянов, В.Г. Витлиемов. Математично махало с променлива дължина и подвижно окачване като симулатор на люлка. Механика на машините, Т. 19, 2011, ISSN 0861-9727.
3. Стоянов С. Честотни характеристики на нелинейни параметрични трептения на махало. Механика на машините, Т. 20, 2012, ISSN 0861-9727
4. D. Kim, W. Singhose. Reduction of double-pendulum bride crane oscillations. The 8-th International Conference on Motion and Vibration Control (MOVIC), p. 300-305, Korea, August 27-30, 2006.
5. El Rafai K., A. Bajaj, G. Haller. Global dynamics on an autoparametric spring-mass pendulum system, Nonlinear Dynamics (2007) 49:105–116, Springer.
6. H. Hoyer, M. Gerke, I. Masar, I. Ivanov, C. Röhrig, A. Bischoff. Virtual laboratory for Real-Time Control of Inverted Pendulum/Gantry Crane, The 19th Mediterranean Conference on Control and Automation June 20-23 2011, Aquis Corfu Holiday Palace, Corfu, Greece

7. Nagasaka I., Y. Ishida, T. Koyama, N. Fujimatsu. Vibration syspension of helicopter fuselage by pendulum absorbers: rigid body blades with aerodynamic excitation force. Journal of system design and dynamics, vol 2, No 6, 2008.
8. Spencer B., Jr. Sain, M. Sain. Controlling Buildings: A New Frontier in Feedback. Special Issue of the IEEE Control Systems Magazine on Emerging Technology, Vol. 17, No. 6, pp. 19–35, December 1997.
9. SeongHee Jeong and Takayuki Takahashi. Wheeled Inverted Pendulum Type Assistant Robot: Inverted Mobile, Standing, and Sitting Motions. Proceedings of the 2007 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, p. 1932-1937, San Diego, CA, USA, Oct 29 - Nov 2, 2007.
10. Stilling, D.S.D., W. Szyszkowski. Controlling angular oscillations through mass reconfiguration: a variable length pendulum case. International Journal of Non-Linear Mechanics, Vol. 37, No. 1, 89-99, 2002.
11. Warminski J. and K. Kecik. Autoparametric vibrations of a nonlinear system with pendulum, Mathematical Problems in Engineering, vol. 2006, Article ID 80705, 19 pages, 2006.
12. Warminski J. and K. Kecik. Instabilities in the main parametric resonance area of a mechanical system with a pendulum, Journal of Sound and Vibration, vol. 322, no. 3, pp. 612–628, 2009.
13. Warminski J. and K. Kecik. Regular and chaotic motions of an autoparametric real pendulum system with the use of a MR damper, Modelling, Simulation and Control of Nonlinear Engineering Dynamical Systems, pp. 267–276, 2009.

FREQUENCY RESPONSE OF NONLINEAR PARAMETRIC OSCILLATIONS OF A PENDULUM WITH MOVABLE BASE

Svetlin Stoyanov

sstoyanov@uni-ruse.bg

Department of Mechanics, University of Rousse, Rousse 7017, BULGARIA

Frequency response of nonlinear pendulum with vertical sliding base is researched. The pendulum simulates the swinging with self acceleration phenomenon. Three dimensional amplitude-frequency characteristics are built. The maximal and minimal amplitudes are located. Differences between the frequency characteristics when the base is movable and when it is fixed has been investigated. The macro and micro geometries of surfaces of amplitude-frequency characteristics are presented